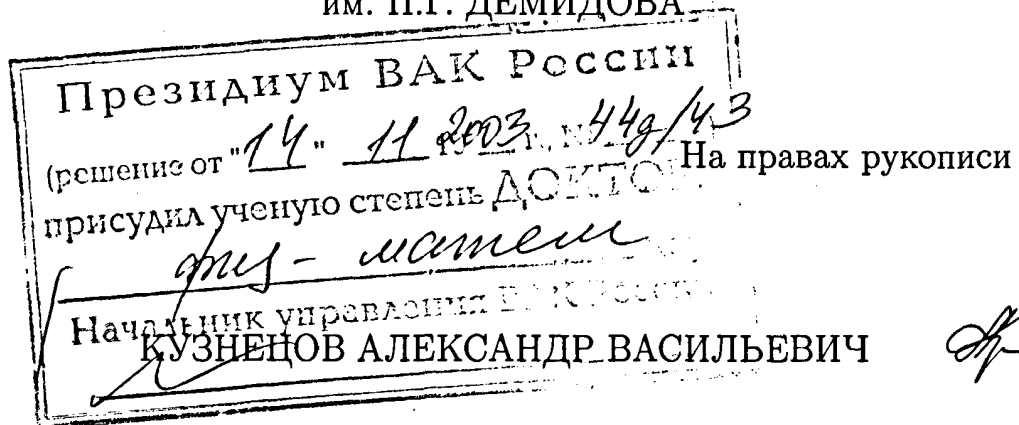


Д. 07.07.2003 - 1895/05
71:04-1/109-0

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. П.Г. ДЕМИДОВА



УДК 539.12.01

НЕЙТРИННЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Ярославль – 2002

АННОТАЦИЯ

Исследовано влияние внешней активной среды – сильного магнитного поля и горячей плотной плазмы – на нейтрино-электронные и нейтрино-фотонные реакции. Анализируются их проявления в астрофизических процессах, таких, как слияния нейтронных звезд и взрывы сверхновых, где присутствуют интенсивные потоки нейтрино и возможна генерация сильных магнитных полей. Получены оценки интегрального энергетического и силового воздействия выходящего нейтринного потока на оболочку ядра взрывающейся сверхновой при генерации в ней сильного магнитного поля. Показано, что при соответствующих значениях физических параметров астрофизического катаклизма энергетическое воздействие нейтринных процессов на замагниченную плазму является существенным для его энергобаланса, а возникающая асимметрия силового воздействия может быть источником возникновения большой собственной скорости рождающегося пульсара. Исследована возможность обнаружения реакции рассеяния нейтрино на ядре с излучением фотона в лабораторном эксперименте с нейтрино высоких энергий от ускорителя. Из комбинированного анализа астрофизических и космологических данных по нейтринным процессам и ускорительных данных по редким распадам мезонов найдены ограничения на параметры одного из расширений стандартной модели, содержащего кварк-лептонную симметрию с лептонным числом, как четвертым цветом (модель Пати – Салама), показана необходимость существования нового типа фермионного смешивания, получены оценки на массу лептокварка и параметры матриц смешивания.

Объем диссертации: 244 страницы. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, содержит 34 рисунка, 3 таблицы, 2 приложения и список литературы из 215 наименований.

Оглавление

Введение	6
Основные обозначения	23
Глава I Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле	24
1. Нейтринное излучение электрон-позитронной пары в сильном магнитном поле	24
1.1. Введение	24
1.2. Расчет дифференциальной вероятности на основе решений уравнения Дирака	26
1.3. Полная вероятность процесса	28
2. Процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле	32
2.1. Введение	32
2.2. Расчет дифференциальной вероятности на основе решений уравнения Дирака	34
2.3. Полная вероятность процесса	41
2.4. Обобщение на случай процесса с различными лептонами $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$	46
3. Возможные астрофизические проявления процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ во внешнем магнитном поле	49
3.1. Средняя потеря энергии и импульса нейтрино ..	49
3.2. Применимость результатов в присутствии плотной плазмы	51
3.3. Возможные астрофизические следствия	52

Глава II Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон - позитронной плазмой	56
1. Что мы понимаем под сильно замагниченной e^-e^+ плазмой	57
2. Нейтрино - электронные процессы в сильно замагниченной плазме. Кинематический анализ	59
3. Вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$	62
4. Полная вероятность взаимодействия нейтрино с замагниченной электрон - позитронной плазмой ...	67
5. Средние потери энергии и импульса нейтрино	73
6. Интегральное действие нейтрино на замагниченную плазму	77
Глава III Комптоноподобное взаимодействие нейтрино с фотонами $\gamma\nu \rightarrow \gamma\nu$	84
1. Амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в вакууме	84
1.1. Стандартное слабое взаимодействие	84
1.2. Модель с нарушенной лево-правой симметрией .	86
1.3. Случай виртуальных фотонов	88
2. Рассеяние нейтрино в кулоновском поле ядра	93
Глава IV Двухвершинные однопетлевые процессы во внешнем электромагнитном поле	96
1. Обобщенная двухточечная петлевая амплитуда $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow j'$ во внешнем электромагнитном поле	96
1.1. Магнитное поле	96
1.2. Скрещенное поле	103
2. Эффективный лагранжиан $\nu\nu\gamma$ - взаимодействия ...	107
3. Нейтринный распад фотона $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$	116
4. Вычисление вероятности распада $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ на основе мнимой части петлевой диаграммы	122

Глава V	Трехвершинные однопетлевые процессы	
	во внешнем электромагнитном поле	125
1.	Влияние внешнего поля на процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$	125
2.	Общий анализ трехвершинного петлевого процесса в сильном магнитном поле	126
3.	Амплитуда и сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в модели с нарушенной лево - правой симметрией	129
4.	Проявления процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в астрофизике	131
5.	Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле	133
6.	Расщепление фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле	141
6.1.	Введение	141
6.2.	Кинематика расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$	143
6.3.	Амплитуда процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле	145
6.4.	Вероятность расщепления фотона	148
Глава VI	Массовый оператор электрона в сильном магнитном	
	поле и динамическое нарушение киральной симметрии .	155
1.	Массовый оператор электрона в сильном магнитном поле, дважды логарифмическая асимптотика	156
1.1.	Однопетлевой вклад	156
1.2.	Многопетлевые вклады	159
2.	Однологарифмическая асимптотика массового оператора	160
3.	Вклад высших уровней Ландау	161
4.	Многопетлевой вклад в массовый оператор электрона	163
5.	Массовый оператор в сверхсильном поле	165
6.	Динамическая масса электрона в магнитном поле ...	170

Глава VII Ограничения на параметры модели Пати - Салама с кварк-лептонной симметрией из анализа нейтринных процессов в астрофизике и космологии	174
1. Новый тип смешивания в рамках минимальной кварк-лептонной симметрии	174
1.1. Формулировка модели	175
1.2. Лагранжиан взаимодействия кварк-лептонных токов с лептокварками	177
1.3. Эффективный лагранжиан четырехфермионного взаимодействия с учетом КХД - поправок	179
2. Ограничения на параметры схемы, следующие из низкоэнергетических процессов	182
2.1. $\mu - e$ универсальность в $\pi_{\ell 2}$ и $K_{\ell 2}$ распадах	...	182
2.2. Редкие распады K -мезонов	184
2.3. $\mu - e$ -конверсия на ядре	185
2.4. Редкие распады τ -лептона и B -мезонов	186
2.5. Распад $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$	190
2.6. Комбинированная оценка на массу лептокварка из ускорительных данных	192
3. Распады мюона с несохранением лептонного числа в модели Пати - Салама	193
Заключение	201
Приложение А	210
Приложение В	214
Литература	218

Введение

В последние десятилетия одной из наиболее бурно развивающихся физических наук является космомикрoфизика, или астрофизика элементарных частиц, лежащая на стыке физики элементарных частиц, астрофизики и космологии [1–3]. Важнейшим стимулом ее развития стало понимание важной роли квантовых процессов в динамике астрофизических объектов, а также в ранней Вселенной. С другой стороны, экстремальные физические условия, существующие внутри таких объектов, а именно, наличие горячей плотной плазмы и сильных электромагнитных полей, должны оказывать существенное влияние на протекание квантовых процессов, открывая или значительно усиливая реакции, кинематически запрещенные или сильно подавленные в вакууме. В связи с этим наблюдается устойчивый интерес к исследованиям взаимодействий элементарных частиц во внешней активной среде, в том числе – в сильном магнитном поле.

Однако указанное влияние поля является существенным только случае его достаточно большой интенсивности. Существует естественный масштаб величины магнитного поля, так называемое критическое значение $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13} \text{ Гс}^1$. Имеются аргументы в пользу того, что поля такого и большего масштаба могут существовать в астрофизических объектах. Так, существует класс звезд, так называемые повторные источники мягких гамма-всплесков (SGR – soft gamma repeaters), которые интерпретируются, как нейтронные звезды с магнитными полями величиной $\sim 4 \cdot 10^{14} \text{ Гс}$ [4,5]. Обсуждаются модели астрофизических процессов и объектов с магнитными полями, достигающими $10^{17} - 10^{18} \text{ Гс}$,

¹Мы используем естественную систему единиц $c = \hbar = 1$. $e > 0$ – элементарный заряд.

как тороидального [6, 7], так и полоидального типа [8–10].

Интересно проследить эволюцию взглядов на понятие “сильное магнитное поле” в астрофизике, см рис. 1. Если около тридцати лет назад

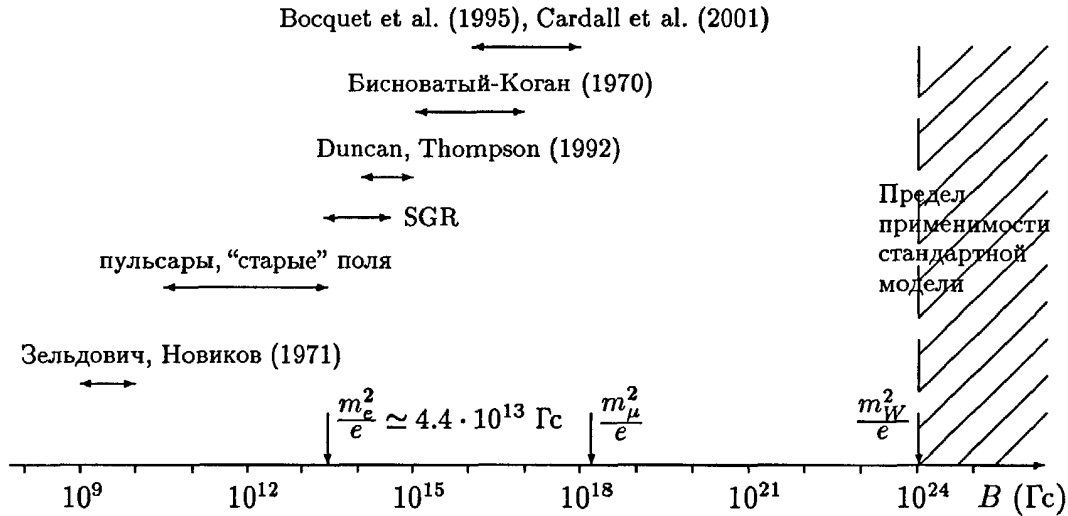


Рис. 1: Эволюция представлений о величине сильного магнитного поля в астрофизике.

магнитные поля с напряженностью $10^9 \div 10^{11}$ Гс рассматривались как “очень сильные” [11], то сейчас принято считать, что поля $\sim 10^{12} \div 10^{13}$ Гс, наблюдаемые на поверхности пульсаров, есть так называемые “старые” магнитные поля [12], так что в момент катаклизма, в котором родилась нейтронная звезда, поля могли быть существенно больше.

В условиях ранней Вселенной на стадии электрослабого фазового перехода, в принципе, могли бы возникать сильные, так называемые “первичные” магнитные поля с напряженностью порядка 10^{24} Гс [13] и даже более ($\sim 10^{33}$ Гс [14]), существование которых объяснило бы, например, наличие крупномасштабных (~ 100 килопарсек) магнитных полей с напряженностью $\sim 10^{-21}$ Гс на современной стадии. Причина возникновения первичных полей и динамика их развития в расширяющейся Вселен-

ной является предметом интенсивного исследования в настоящее время, см. например, обзор [15] и цитированные там работы.

Отметим, что, в отличие от магнитного, для электрического поля значение B_e является предельным, так как генерация в макроскопической области пространства электрического поля порядка критического приведет к интенсивному рождению электрон - позитронных пар из вакуума, что эквивалентно короткому замыканию “машины”, генерирующей электрическое поле. С другой стороны, магнитное поле, в силу устойчивости вакуума, может превышать критическое значение B_e . Более того, магнитное поле играет стабилизирующую роль, если оно направлено перпендикулярно электрическому. В такой конфигурации электрическое поле \mathcal{E} может превышать критическое значение B_e . В инвариантной форме условие стабильности вакуума можно записать в виде:

$$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2 (B^2 - \mathcal{E}^2) \geq 0.$$

До настоящего времени в астрофизических расчетах процессов типа взрывов сверхновых решались в сущности одномерные задачи, а в анализе влияния активной среды на квантовые процессы присутствовал только вклад плазмы. Однако имеются серьезные аргументы в пользу того, что физика сверхновых значительно сложнее. В частности, необходим учет вращения оболочки а также возможного наличия сильного магнитного поля, причем эти два феномена оказываются связаны между собой. Действительно, если величина магнитного поля, развиваемого при коллапсе ядра сверхновой, может достигать критического значения $\sim 10^{13}$ Гс, то наличие вращения может приводить к возникновению тороидального магнитного поля, с увеличением интенсивности поля на дополнительный фактор $10^3 - 10^4$ [6, 7].

При таких астрофизических явлениях, как звездный коллапс, отсутствие сильных магнитных полей представляется скорее экзотическим, чем типичным случаем. Действительно, уместно обсудить следующий ряд вопросов.

1. Что может считаться более экзотическим объектом: звезда, обладающая магнитным полем или звезда без него? Насколько мы знаем астродинамику, звезда без магнитного поля должна скорее считаться экзотическим, чем типичным объектом. Точно так же для предсверхновой может считаться естественным наличие первичного магнитного поля. Как известно, первичное магнитное поле на уровне 100 Гс в процессе коллапса приведет, за счет сохранения магнитного потока, к генерации поля масштаба $10^{12} - 10^{13}$ Гс.
2. Что может рассматриваться, как более типичный случай: звезда, обладающая вращением, или звезда без вращения? По-видимому, звезда без вращения выглядит более экзотическим объектом.
3. Какой вид коллапса выглядит более экзотическим: сжатие без градиента или с градиентом угловой скорости? Поскольку скорости на периферии сжимающегося астрофизического объекта могут достигать релятивистского масштаба, сжатие с дифференциальным вращением, то есть с градиентом угловой скорости выглядит более вероятным.

Все перечисленные моменты необходимы для реализации сценария ротационного взрыва сверхновой Г.С. Бисноватого-Когана [6, 7]. Основной деталью данного сценария является то, что исходно полоидальные магнитные силовые линии поля с напряженностью $10^{12} - 10^{13}$ Гс, благода-

ря градиенту угловой скорости, закручиваются и уплотняются, образуя практически тороидальное поле с интенсивностью $\sim 10^{15} - 10^{17}$ Гс.

Подчеркнем, что такое поле действительно является весьма плотной средой с массовой плотностью

$$\rho = \frac{B^2}{8\pi} \simeq 0.4 \cdot 10^{10} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right)^2, \quad (0.1)$$

что становится сопоставимым с характерной массовой плотностью оболочки взрывающейся сверхновой, $10^{10} - 10^{12}$ г/см³, Таким образом, при детальном исследовании таких астрофизических процессов, как коллапс сверхновых, учет влияния комплексной активной среды, включающей как плазму, так и магнитное поле, является насущной необходимостью.

Отметим, что при решении ряда принципиальных задач о взаимодействии частиц с электромагнитным полем большое значение приобрел метод, в котором влияние внешнего поля учитывается не посредством теории возмущений, а на основе точных решений уравнения Дирака во внешнем электромагнитном поле. В квантовой релятивистской теории число случаев, когда уравнение Дирака решается в аналитическом виде, невелико: задача о движении электрона в кулоновском поле (атом водорода), в однородном магнитном поле, в поле плоской электромагнитной волны и в некоторых случаях комбинации однородных электрического и магнитного полей. Расчет конкретных физических явлений предполагает использование диаграммной техники Фейнмана со следующим обобщением: в начальном и конечном состояниях заряженный фермион находится во внешнем поле и описывается решением уравнения Дирака в этом поле, внутренние линии заряженных фермионов соответствуют пропагаторам, построенным на основе этих решений. Данный метод полезен тем, что

с его помощью можно анализировать процессы в полях большой напряженности, когда учет влияния поля по теории возмущений уже невозможен. В силу устойчивости вакуума в сверхсильном магнитном поле можно рассматривать процессы в полях с напряженностью, значительно превышающей критическое значение B_e .

Описанный выше метод оказался эффективным при исследовании ряда процессов, идущих в сильных электромагнитных полях и имеющих прикладное значение, таких, как β -распад в поле интенсивного лазерного излучения, квантовые эффекты при прохождении ультрарелятивистских заряженных частиц через монокристаллы, и другие.

Как известно, физика нейтрино играет определяющую роль в таких астрофизических катаклизмах, как взрывы сверхновых и слияния нейтронных звезд, а также в ранней Вселенной. Вследствие этого большой интерес представляет изучение нейтринных взаимодействий, в частности, нейтрино – электронных и нейтрино – фотонных процессов во внешней активной среде. С другой стороны, исследование нейтринных процессов в таких экстремальных физических условиях является интересным с концептуальной точки зрения, поскольку затрагивает фундаментальные проблемы квантовой теории поля.

При анализе конкретных нейтринных процессов в магнитном поле важны соотношения между тремя основными физическими параметрами. Один из них это – величина eB , характеризующая интенсивность поля, другим важным параметром является масштаб энергий E начальной частицы или частиц. Наконец, третьим параметром является масса заряженного фермиона. В нейтрино – электронных процессах это, очевидно масса электрона. Нейтрино – фотонные процессы идут через фер-

мионную петлю, где, в принципе, присутствуют все фундаментальные заряженные фермионы. Однако основную роль здесь также играет электрон, как частица с максимальным удельным зарядом e/m_e , наиболее чувствительная к воздействию внешнего поля. В большинстве случаев нас будут интересовать магнитные поля, превышающие критическое значение $B_e = m_e^2/e$. С другой стороны, в упомянутых астрофизических катаклизмах средние температуры составляют несколько МэВ, так что оправданным является приближение $E \gg m_e$. В связи со сказанным величина m_e будет считаться наименьшим физическим параметром.

При этом целесообразно рассматривать два предельных случая, в которых расчеты квантовых процессов во внешнем поле значительно упрощаются.

• *Предел относительно слабого поля.*

Так называют предельный случай, когда энергия частицы является максимальным физическим параметром, $E^2 \gg eB$. Это условие можно переписать в релятивистски инвариантной форме. Отметим, что релятивистская инвариантность понимается здесь в узком смысле, относительно лоренц - преобразований вдоль поля (если мы говорим о присутствии только магнитного поля без электрического). Наличие двух ковариантов – тензора поля $F_{\mu\nu}$ и 4-импульса частицы $p^\mu = (E, \mathbf{p})$ позволяет, наряду с полевым инвариантом

$$e^2 F_{\mu\nu} F^{\nu\mu} \equiv e^2 (FF) = -2e^2 B^2, \quad (0.2)$$

построить динамический инвариант

$$e^2 p_\mu F^{\mu\nu} F_{\nu\rho} p^\rho \equiv e^2 (pFFFp) = e^2 B^2 E^2 \sin^2 \theta, \quad (0.3)$$

где θ — угол между импульсом частицы \mathbf{p} и направлением поля \mathbf{V} . Инвариант (0.3) чаще всего используется в обезразмеренном виде

$$\chi^2 = \frac{e^2(pFFp)}{m_e^6}. \quad (0.4)$$

Таким образом, условие “слабости” поля принимает вид

$$[e^2(FF)]^{3/2} \ll e^2(pFFp). \quad (0.5)$$

Легко видеть, что условие (0.5) автоматически выполняется в случае скрещенного поля, в котором полевой инвариант строго равен нулю, $(FF) = 0$. Это позволяет производить вычисления в пределе (0.5), используя приближение скрещенного поля. Отметим, что этот предел обладает достаточной общностью. Действительно, если при движении релятивистской частицы в относительно слабом магнитном поле $B < B_e$ динамический параметр χ достаточно велик, то в системе покоя этой частицы поле может оказаться заметно выше критического и будет очень близко к скрещенному полю. Даже в сильном магнитном поле $B \gg B_e$, но при условии, что $\chi \gg B/B_e$, результат, полученный в скрещенном поле, будет правильно описывать лидирующий вклад в вероятность процесса в чисто магнитном поле. Таким образом, расчет в скрещенном поле представляет самостоятельный интерес. Техника вычислений в скрещенном поле была детально разработана А.И. Никишовым и В.И. Ритусом, см. например [16].

- *Предел сильного поля.*

В этом пределе интенсивность поля B является максимальным фи-

зическим параметром, $eB \gg E^2$, или в инвариантной форме

$$[e^2(F F)]^{3/2} \gg e^2(p F F p). \quad (0.6)$$

В этом случае электроны находятся только на основном уровне Ландау. Поскольку для таких электронов движение в поперечном к полю направлении становится ненаблюдаемым, это также упрощает вычисления. Значительный вклад в развитие техники вычислений в сильном поле сделали В.В. Скобелев и Ю.М. Лоскутов, построившие так называемую “двумерную электродинамику” [17, 18], см. также, например, [19] и цитированные там работы. В работах Н.В. Михеева с сотрудниками была развита ковариантная техника вычислений, позволяющая единообразно исследовать как случай сильного поля, так и более общий, когда условие (0.6) не выполняется, см. например [20, 21].

По-видимому, первыми исследованиями нейтрино - электронных процессов во внешнем электромагнитном поле были работы, посвященные “синхротронному” излучению нейтринных пар $e \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ [22] и нейтринному рождению электрон - позитронных пар $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ [23]. Анализ проводился в ситуации относительно слабого магнитного поля, когда энергия начальной частицы является доминирующим параметром, $E^2 \gg eB$, что, как уже отмечалось, соответствует приближению скрещенного поля. Позднее указанные процессы исследовались в том же приближении в работах [16, 24–31]. В работах [27, 28] процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ также исследовался при произвольных значениях магнитного поля и, в частности, в пределе сильного поля $eB \gg E_\nu^2$, когда электрон и позитрон могут рождаться только в состояниях, соответствующих основному уровню Ландау.

Одной из причин повышенного интереса к нейтринным процессам в экстремальных астрофизических условиях является их возможная связь с давней проблемой больших наблюдаемых собственных скоростей пульсаров [32, 33]. Среди возможных причин асимметричного взрыва сверхновой, при котором рождающийся пульсар мог бы приобретать начальный толчок (kick-velocity), обсуждается ряд сценариев, где интегральная асимметрия потока вылетающих нейтрино обусловлена их P -нечетным взаимодействием с веществом звезды, имеющей сильное магнитное поле [34–38].

Следует отметить, что условия, когда рассмотрение нейтрино - электронных процессов в сильном магнитном поле без учета плазмы физически оправдано, могут реализоваться, например, при слиянии нейтронных звезд. Однако существует еще один вид астрофизических катаклизмов – взрывы сверхновых – где также могут развиваться сильные магнитные поля, но существует и плотная плазма. Например, в центре коллапсирующей звезды, где рождается большое число нейтрино, плотность достигает значений ядерной плотности, и вещество оказывается непрозрачным для нейтрино. Основной причиной непрозрачности считается процесс упругого рассеяния нейтрино на нуклонах. Вклад нейтрино - электронного рассеяния, $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$, заметно меньше, и поэтому не учитывался в ранних попытках моделирования звездного коллапса (см. например [39] и цитированные там работы). Однако, как показал анализ [40, 41], нейтрино - электронное рассеяние может вносить существенный вклад в энергетический баланс ядра коллапсирующей звезды.

Различные каналы нейтрино - электронного взаимодействия, аннигиляция $e^- e^+ \rightarrow \nu \bar{\nu}$, “синхротронное излучение” нейтринной пары $e^- \rightarrow$

$e^- \nu \bar{\nu}$ [42, 43], рассеяние $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$ [44], более полный список работ можно найти в обзоре [45], исследовались в условиях как невырожденной, так и вырожденной электронной плазмы с учетом влияния относительно слабого магнитного поля.

Среди квантовых процессов, свойства которых существенно, а иногда принципиально меняются под воздействием сильного внешнего магнитного поля, особый интерес представляют петлевые процессы, где в конечном и начальном состояниях присутствуют только электрически нейтральные частицы, такие, как нейтрино и фотоны. Воздействие внешнего поля на такие процессы обусловлено, во-первых, чувствительностью заряженных виртуальных фермионов к влиянию поля, при этом, как уже отмечалось, основную роль здесь играет электрон — частица с максимальным удельным зарядом e/m_e . Во-вторых, сильное магнитное поле существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и их кинематику.

Исследование двухвершинных петлевых процессов такого типа, к которым относятся поляризационный оператор фотона во внешнем поле, распады $\gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$, $\nu \rightarrow \nu \gamma$ и т.д., имеет длительную историю. Поляризационный оператор фотона во внешнем магнитном поле исследовался в начале 70-х в работах [17, 46–48], см. также [49]. Фотон-нейтринные процессы $\nu \rightarrow \nu \gamma$, $\gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$ изучались в случаях как сильных, так и относительно слабых полей, а также в общем случае в работах [20, 50–62].

Одним из наиболее интенсивно обсуждаемых трехвершинных процессов является превращение фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино, $\gamma \gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$. История исследований этого процесса насчитывает уже

более 40 лет [63–78]. Согласно теореме Гелл-Манна [63], в случае безмассовых нейтрино, реальных фотонов, и в локальном пределе слабого взаимодействия через векторные и аксиальные заряженные токи амплитуда процесса строго равна нулю. При любом отклонении от условий теоремы Гелл-Манна возникает ненулевая амплитуда: в случае массивных нейтрино [64, 65], при учете нелокальности слабого взаимодействия через W - бозон [66–68], если один из фотонов [69] или оба фотона [70–72] находятся вне массовой поверхности. Еще одно отклонение от теоремы Гелл-Манна, при котором процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ также возможен, реализуется, когда в эффективном лагранжиане нейтрино - лептонного взаимодействия нейтрино меняет киральность. При записи лагранжиана в форме нейтральных токов к этому приводит связь скалярных и псевдоскалярных токов. Наконец, воздействие внешнего магнитного поля также может катализировать данный процесс, если величина поля имеет масштаб критического значения $B_e = m_e^2/e$.

Как в вакууме, так и в сильном магнитном поле у процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ имеется конкурирующий канал с дополнительным фотоном, $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$, несмотря на лишний фактор α [19, 79–87]. Дело в том, что в вакууме, в случае стандартного нейтрино-электронного взаимодействия трехфотонный процесс не имеет сильного подавления, как двухфотонный. В сильном магнитном поле трехфотонный процесс имеет дополнительное усиление. В работе [19], в частности, утверждалось, что процесс фоторождения нейтринной пары на ядре $\gamma + Ze \rightarrow Ze + \gamma + \nu + \bar{\nu}$, содержащий амплитуду $\gamma\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$, под катализирующим влиянием поля может конкурировать с URCA - процессами. Однако при учете дисперсии фотона в сильном поле видно, что оценка вклада фоторождения нейтринной па-

ры [19] значительно завышена, см. [88].

Еще один трехвершинный петлевой процесс, в течение многих лет находящийся в поле внимания теоретиков – расщепление фотона на два фотона в магнитном поле, $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, который в вакууме запрещен кинематически. Этому процессу посвящен обзор [89], где можно найти подробный список ранних статей, среди относительно недавних работ укажем [90–93]. В работах [94–97] было показано, что учет дисперсионных свойств фотонов в сильном магнитном поле существенно меняет кинематику процесса, и, как следствие, соотношение вероятностей различных поляризационных каналов.

Как уже отмечалось, исследования нейтринных и электромагнитных процессов в сильном магнитном поле представляют интерес не только в свете возможных применений в астрофизике и космологии ранней Вселенной, где возможны такие экстремальные физические условия. Эти исследования являются интересными также и с концептуальной точки зрения, поскольку затрагивают фундаментальные проблемы квантовой теории поля, в частности, с точки зрения выяснения границ применимости теории возмущений.

Исследование асимптотических свойств диаграмм и операторов квантовой электродинамики в сверхсильных магнитных полях ведутся разными авторами достаточно давно. Так, история вычисления массового оператора электрона в сильном магнитном поле насчитывает уже около 50 лет, см. например [98–103], и, по-видимому, точка в данном вопросе еще не поставлена. Важность получения точного выражения для массового оператора электрона во внешнем поле проявилась, в частности, при исследовании возможности динамической генерации массы электрона в

рамках квантовой электродинамики в магнитном поле. Это направление интенсивно развивается в литературе в последнее время, см., например [104–111]. Предполагается, что сценарий динамической генерации массы фермионов мог иметь место на стадии электрослабого фазового перехода в ранней Вселенной.

Значительным достижением нейтринной физики последнего времени является, несомненно, успешный эксперимент на тяжелой воде, осуществленный на Солнечной Нейтринной Обсерватории (SNO) в Садбери, Канада [112–114]. Разрешение загадки солнечных нейтрино, имевшей почти 40 лет истории, в согласии с гипотезой о нейтринных осцилляциях [115, 116] является также и доказательством существования смешивания в лептонном секторе. Таким образом, можно говорить о своеобразном восстановлении симметрии между лептонами и кварками, поскольку доказано, что и в том и в другом секторах смешивание имеет место.

Среди различных обобщений стандартной модели существует схема, в которой симметрия между лептонами и кварками возникает естественным образом. Это модель Пати - Салама [117], основанная на группе $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется, как четвертый цвет. Наиболее экзотическими объектами модели Пати-Салама являются дробно заряженные, цветные калибровочные бозоны – лептокварки, осуществляющие взаимные превращения кварков и лептонов. Масса лептокварка M_{LQ} характеризует масштаб нарушения симметрии $SU(4)_V$ до $SU(3)_c$. Ограничения на массу лептокварка снизу [118] получены из экспериментальных данных по распадам мезонов, сильно подавленным или запрещенным в стандартной модели, например, $\pi \rightarrow e\nu$, $K_L^0 \rightarrow \mu e$, которые могут происходить за счет обмена лептокварком. В действитель-

ности эти оценки нельзя считать окончательными, поскольку в них не было учтено возможное смешивание в лагранжиане взаимодействия лепто-кварковых токов.

Настоящая диссертация посвящена исследованию нейтринных процессов в сильном внешнем магнитном поле. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения, двух приложений и списка литературы.

В первой главе исследовано нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле для случаев как сильных, так и относительно слабых полей. Получены оценки для доли энергии, теряемой нейтрино на рождение пар и для асимметрии вылета нейтрино по отношению к магнитному полю звезды, обусловленной несохранением P -четности в нейтрино-электронном взаимодействии. Показано, что данная асимметрия могла бы быть источником возникновения больших пространственных скоростей пульсаров.

Вторая глава посвящена исследованию полного набора нейтрино – электронных процессов в сильно замагниченной плазме, включая экзотические процессы нейтринного излучения и поглощения электрон-позитронной пары $\nu \leftrightarrow \nu e^- e^+$. Вычислены потери энергии и импульса нейтрино при распространении сквозь замагниченную плазму в различных физических ситуациях, при различных соотношениях между энергией нейтрино, напряженностью поля, плотностью и температурой плазмы, которые важны при детальном описании эволюции астрофизических объектов.

В третьей главе изучается однопетлевой комптоноподобный нейтрино – фотонный процесс $\nu \gamma \rightarrow \nu \gamma$. Приведен результат вычисления наиболее общей амплитуды процесса в стандартной модели электрослабого

взаимодействия, охватывающий случаи виртуальных и реальных фотонов, массивных и безмассовых нейтрино, а также с учетом возможного смешивания в лептонном секторе. Получено выражение для вероятности радиационного распада массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ во внешнем поле, справедливое в приближении слабого поля. Рассмотрен процесс рассеяния нейтрино высокой энергии на ядре с излучением фотона. Исследована возможность обнаружения этой реакции в лабораторном эксперименте с нейтрино высоких энергий от ускорителя.

Четвертая глава посвящена исследованию двухвершинных однопетлевых процессов во внешнем магнитном поле. Вычислены однопетлевые индуцированные полем вклады в обобщенную амплитуду перехода $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$ в постоянном однородном магнитном и скрещенном поле для произвольных комбинаций скалярного, псевдоскалярного, векторного и псевдовекторного взаимодействий феноменологических токов j с фермионами. Исследован процесс распада фотона на нейтринную пару в магнитном поле, найдены оценки для вклада данного процесса в нейтринную светимость плазмы в условиях взрыва сверхновой.

Пятая глава посвящена исследованию трехвершинной петлевой амплитуды общего вида в сильном магнитном поле. В рамках лево-правосимметричного расширения стандартной модели электрослабых взаимодействий исследован фотон-нейтринный процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$. Анализируются его возможные астрофизические проявления. Получена конкурирующая с трехвершинной четырехвершинная амплитуда процесса взаимодействия трех фотонов и нейтринной пары в сильном магнитном поле $\gamma\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$, исследован процесс фоторождения нейтринной пары на ядре $\gamma + Ze \rightarrow Ze + \nu + \bar{\nu}$ в сильном магнитном поле. Показано, что с учетом

дисперсии фотона в сильном поле катализирующее влияние последнего на данный процесс значительно уменьшается. Исследован процесс расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле как ниже, так и выше порога рождения электрон - позитронной пары, с учетом неколлинеарности кинематики, обусловленной воздействием сильного магнитного поля на дисперсию фотонов. Показано, что существенный вклад в вероятность расщепления реального фотона дает конфигурация поляризаций фотона, запрещенная в коллинеарном пределе.

В шестой главе приводится подробный расчет массового оператора электрона в сильном магнитном поле путем суммирования главных логарифмических вкладов во всех порядках теории возмущений. Исследован эффект генерации динамической массы электрона магнитным полем.

Седьмая глава посвящена анализу ограничений, возникающих из анализа нейтринных процессов в астрофизике и космологии, на параметры одного из возможных расширений стандартной модели электрослабых взаимодействий. В рамках минимальной кварк-лептонной симметрии типа Пати-Салама, основанной на группе $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется, как четвертый цвет, исследовано смешивание фермионов новой природы и показано, что для перенормируемости модели необходимо существование всех возможных типов фермионного смешивания. Из комбинированного анализа астрофизических и космологических данных по нейтринным процессам и ускорительных данных получены оригинальные оценки на массу лептокварка и параметры матриц смешивания. Сделаны предсказания о величинах вероятностей распадов мюона с нарушением лептонного числа, возможных в данной модели.

Основные обозначения, используемые в диссертации

Используется 4-метрика с сигнатурой $(+ - - -)$, а также естественная система единиц $\hbar = 1, c = 1, k_B = 1$.

Элементарный заряд: $e = |e|$, заряд фермиона: e_f .

Тензор внешнего поля: $F_{\alpha\beta}$, дуальный тензор: $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\mu\nu}$.

Обезразмеренный тензор магнитного поля: $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$, дуальный обезразмеренный тензор: $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi^{\mu\nu}$.

У 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например:

$$(pFFp) = p^\alpha F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FFp)_\alpha = F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FF) = F_{\alpha\beta} F^{\beta\alpha}.$$

Безразмерные тензоры $\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}$, $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$ связаны соотношением $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$.

В системе отсчета, где имеется только магнитное поле \mathbf{B} , направленное вдоль третьей оси, 4-векторы с индексами \perp и \parallel относятся к подпространствам Евклида $\{1, 2\}$ и Минковского $\{0, 3\}$ соответственно. При этом

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \text{diag}(0, 1, 1, 0), \quad \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 0, 0, -1).$$

Для произвольных векторов p_μ, q_μ имеем:

$$p_\perp^\mu = (0, p_1, p_2, 0), \quad p_\parallel^\mu = (p_0, 0, 0, p_3),$$

$$(pq)_\perp = (p\Lambda q) = p_1q_1 + p_2q_2, \quad (pq)_\parallel = (p\tilde{\Lambda}q) = p_0q_0 - p_3q_3.$$

Остальные обозначения те же, что приняты в книге [119].

Глава I

Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле

1 Нейтринное излучение электрон-позитронной пары в сильном магнитном поле

1.1 Введение

Как уже отмечалось, интенсивное электромагнитное поле делает возможными процессы, кинематически запрещенные в вакууме, такие, например, как нейтринное рождение лептонных пар $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ ($\ell = e, \mu, \tau$). Заметим, что в силу специфической кинематики заряженной частицы в электромагнитном поле $\ell^- \ell^+$ – пара может иметь достаточно большой по абсолютной величине пространственно – подобный суммарный импульс, так что кинематика рассматриваемого процесса нечувствительна к массе нейтрино, и, следовательно, к смешиванию в лептонном секторе. Это, в свою очередь, приводит к эффективной диагонализации процесса по аромату нейтрино.

Процесс нейтринного рождения электрон - позитронной пары

$$\nu(P) \rightarrow \nu(P') + e^-(p) + e^+(p')$$

в случае относительно малых передач импульса, $|q^2| \ll m_W^2$, описывается эффективным локальным лагранжианом взаимодействия нейтрино с электронами, когда пропагаторы промежуточных W и Z -бозонов “стягиваются” в точку, как это показано на рис. 2.

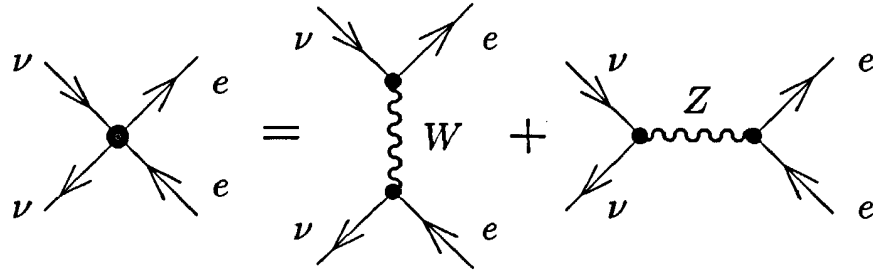


Рис. 2: Диаграммы, описывающие $\nu - e$ -взаимодействие в локальном пределе.

Анализ показывает, что при изучении процессов в магнитном поле для локализации лагранжиана следует добавить условия

$$E \ll \frac{M_W^3}{eB} \simeq 10^{10} \text{ ГэВ} \left(\frac{10^{16} \text{ Гс}}{B} \right),$$

где E – энергия начального нейтрино, и

$$B \ll \frac{M_W^2}{e} \simeq 10^{24} \text{ Гс},$$

которые, очевидно, не сильно ограничивают общность результатов. Соответствующий эффективный локальный лагранжиан имеет вид:

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e} \gamma_\alpha (C_V + C_A \gamma_5) e] [\bar{\nu} \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu], \quad (1.1)$$

где константы C_V, C_A различны в двух случаях:

- нейтрино в лагранжиане (1.1) – электронного типа ($\nu = \nu_e$), при этом вклад в процесс дает обмен как Z , так и W -бозонами:

$$C_V = +1/2 + 2\sin^2\theta_W, \quad C_A = +1/2; \quad (1.2)$$

- для мюонного и тау-нейтрино ($\nu = \nu_\mu, \nu_\tau$), когда вклад дает только обмен Z -бозоном:

$$C_V = -1/2 + 2\sin^2\theta_W, \quad C_A = -1/2. \quad (1.3)$$

1.2 Расчет дифференциальной вероятности на основе решений уравнения Дирака

Общая амплитуда для нейтрино-электронных процессов непосредственно получается из лагранжиана (1.1), где для электрона и позитрона нужно использовать известные решения уравнения Дирака в магнитном поле. В сильном магнитном поле, когда индукция B определяет максимальный энергетический масштаб задачи, а именно $eB > E^2, m_e^2$, электрон и позитрон могут рождаться только в состояниях, соответствующих основному уровню Ландау, см. формулы (A.6), (A.7) из Приложения А.

Используя лагранжиан (1.1) и волновые функции на основном уровне Ландау, запишем S -матричный элемент процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в следующем виде

$$S = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{(2\pi)^3 \delta(\varepsilon + \varepsilon' - q_0) \delta(p_y + p'_y - q_y) \delta(p_z + p'_z - q_z)}{\sqrt{2EV} 2E'V 2\varepsilon L_y L_z 2\varepsilon' L_y L_z} \times \\ \times e^{-q_\perp^2/4eB - iq_x(p_y - p'_y)/2eB} [\bar{u}(p_\parallel) \hat{j}(C_V + C_A \gamma_5) u(-p'_\parallel)], \quad (1.4)$$

где $q = P - P'$ – изменение 4-вектора импульса нейтрино, $\varepsilon, \varepsilon'$ – энергии электрона и позитрона, p_z, p'_z – компоненты их импульсов (магнитное поле направлено вдоль оси z), p_y, p'_y – обобщенные импульсы, определяющие положение центра гауссова пакета на оси x , q_\perp – проекция вектора \mathbf{q} на плоскость, перпендикулярную вектору \mathbf{B} , $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$, $j_\alpha = \bar{\nu}(P') \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu(P)$ – фурье-образ тока левых нейтрино. Прямое вычисление с учетом законов сохранения в (1.4) дает

$$[\bar{u}(p_\parallel) \hat{j}(C_V + C_A \gamma_5) u(-p'_\parallel)] = \frac{2m_e}{\sqrt{q_\parallel^2}} \frac{q_z}{|q_z|} [C_V(j\tilde{\varphi}q) + C_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)]. \quad (1.5)$$

Дальнейшие вычисления будут проводиться для случая, когда масса электрона является наименьшим параметром задачи, то есть в случае

следующей иерархии: $eV \gg E^2 \gg m_e^2$. При этом выражение (1.5), а значит, и общая амплитуда (1.4) содержат подавление, связанное с относительной малостью массы электрона. Это подавление не является случайным, а отражает закон сохранения углового момента. Например, в кроссинг-процессе $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$, описываемом той же амплитудой (1.4), полный спин нейтрино-антинейтринной пары в системе центра инерции равен 1, тогда как полный спин электрон-позитронной пары на основном уровне Ландау равен 0. Таким образом, амплитуда процесса была бы равна нулю для безмассовых электронов, и, следовательно, содержит подавление в рассматриваемом релятивистском пределе. Однако, как показывает анализ, при интегрировании по фазовому объему существуют кинематические области, где $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim m_e$, и указанное подавление может быть скомпенсировано.

Для дифференциальной по импульсу вторичного нейтрино вероятности процесса в единицу времени получаем

$$dW = \frac{1}{T} \frac{d^3 P' V}{(2\pi)^3} \int |S|^2 d\Gamma_{e^-} d\Gamma_{e^+}, \quad (1.6)$$

где T – полное время взаимодействия, и введены элементы фазового объема электрона и позитрона, находящихся на основном уровне Ландау:

$$d\Gamma_{e^-} = \frac{d^2 p L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad d\Gamma_{e^+} = \frac{d^2 p' L_y L_z}{(2\pi)^2}. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.4) в (1.6) и интегрируя с δ -функциями по $d^2 p'$, при этом, как обычно, $\delta^3(0) = TL_y L_z / (2\pi)^3$, получим для полной вероятности в единицу времени

$$W = \frac{G_F^2}{32(2\pi)^4 E} \frac{1}{L_x} \int \frac{d^3 P'}{E'} e^{-q_{\parallel}^2 / 2eB} \int \frac{dp_y dp_z}{\epsilon^2} \times \\ \times \delta(\epsilon + \epsilon' - q_0) |\bar{u}(p_{\parallel}) \hat{j}(C_V + C_A \gamma_5) u(-p'_{\parallel})|^2, \quad (1.8)$$

где нужно подставить $\varepsilon' = \sqrt{m_e^2 + (q_z - p_z)^2}$, $p'_z = q_z - p_z$. Подынтегральное выражение в (1.8) не зависит от p_y , следовательно, интегрирование по p_y , в сущности, определяет кратность вырождения состояния электрона с данной энергией,

$$N_E = \frac{L_y}{2\pi} \int dp_y = \frac{eBL_y}{2\pi} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} dx_0 = \frac{eBL_x L_y}{2\pi}, \quad (1.9)$$

где $x_0 = p_y/eB$ – координата центра гауссова пакета на оси x . Выполняя в (1.8) интегрирование по импульсу электрона, получаем вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в виде следующего интеграла по импульсу конечного нейтрино

$$W = \frac{G_F^2 e B m_e^2}{32\pi^4 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} e^{-q_1^2/2eB} \theta(q_0 - \sqrt{q_z^2 + 4m_e^2}) \times \\ \times \frac{1}{(q_{\parallel}^2)^{3/2} (q_{\parallel}^2 - 4m_e^2)^{1/2}} |C_V(j\tilde{\varphi}q) + C_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)|^2. \quad (1.10)$$

1.3 Полная вероятность процесса

Дальнейшее интегрирование по импульсу конечного нейтрино удобно, без потери общности, проводить не в произвольной системе отсчета, далее обозначаемой K , а в выделенной системе K_0 , где импульс начального нейтрино перпендикулярен магнитному полю, $P_z = 0$. Можно затем вернуться из системы K_0 в K , совершая лоренц-преобразование вдоль поля (напомним, что поле является инвариантом относительно такого преобразования). Действительно, можно видеть, что при этом произведение $E \cdot W$, определяемое из выражения (1.10), содержит только инварианты (в том числе и знак аргумента θ -функции).

В формуле (1.10) удобно перейти к безразмерным цилиндрическим

координатам в пространстве вектора импульса конечного нейтрино \mathbf{P}' :

$$\rho = \sqrt{P_x'^2 + P_y'^2}/E_{\perp}, \quad \text{tg } \phi = P_y'/P_x', \quad \zeta = P_z'/E_{\perp}. \quad (1.11)$$

Здесь E_{\perp} есть энергия начального нейтрино в системе K_0 , которая связана с его энергией E в произвольной системе K соотношением $E_{\perp} = E \sin \theta$, где θ – угол между векторами импульса начального нейтрино и индукции магнитного поля в системе K .

После замены переменных (1.11) интеграл (1.10) принимает вид

$$\begin{aligned} EW &= \frac{G_F^2 m_e^2 e B E_{\perp}^2}{2\pi^3} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} \int_0^{1-\lambda} d\rho \rho e^{-\varepsilon(1-2\rho \cos \phi + \rho^2)/2} \times \\ &\times \int_{-\zeta_m}^{\zeta_m} \frac{d\zeta}{\beta \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} (1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)^2} \times \\ &\times \left\{ (C_V^2 + C_A^2) \left[(1 + \rho^2) \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} - 2\rho^2 \right] - \right. \\ &\left. - (C_V^2 - C_A^2) \rho (1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2) \cos \phi - 2C_V C_A (1 - \rho^2) \zeta \right\}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{2m_e}{E_{\perp}}, \quad \varepsilon = \frac{E_{\perp}^2}{eB}, \quad \zeta_m = \frac{1}{2} \sqrt{(1 + \rho^2 - \lambda^2)^2 - 4\rho^2}, \\ \beta &= \sqrt{1 - \frac{4m_e^2}{q_{\parallel}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)^2}}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Отметим, что подынтегральное выражение в (1.12) имеет усиление, которое полностью компенсирует подавление малостью массы электрона. При этом основной вклад дает область вблизи верхнего предела интегрирования по ρ , соответствующая значениям $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim m_e$.

Последнее слагаемое в (1.12), обусловленное интерференцией аксиального и векторного электронных токов, определяет асимметрию вылета

нейтрино по отношению к магнитному полю и, очевидно, не даст вклада в вероятность. Однако оно оказывается существенным при вычислении асимметрии средней потери импульса нейтрино, см. разд. 3 настоящей главы.

Для упомянутых выше астрофизических процессов характерны энергии нейтрино $E \gg m_e$. Отметим, что выражения (1.10), (1.12), полученные для основного уровня Ландау, имеют физический смысл полной вероятности процесса только при $eB > E^2/2$, когда закрыт вклад остальных уровней Ландау. Тем не менее, для полноты мы приведем здесь асимптотические выражения как для сильных полей, $eB \gg m_e^2$, так и для относительно слабых полей, $eB \ll E^2$, чтобы в дальнейшем оценить относительный вклад основного уровня Ландау в вероятность процесса. При этом громоздкое выражение (1.12) можно заменить простыми частично перекрывающимися формулами.

1) В случае сильных полей, $eB \gg m_e^2$, имеем

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)}{16\pi^3} eBE^3 \sin^4 \theta \cdot f_1(\varepsilon), \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} f_1(\varepsilon) &= 4 \int_0^1 d\rho \rho(1-\rho^2) e^{-\varepsilon(1+\rho^2)/2} I_0(\varepsilon\rho) = \\ &= 1 - \frac{2}{3}\varepsilon + \frac{5}{16}\varepsilon^2 - \frac{7}{60}\varepsilon^3 + \dots, \end{aligned} \quad (1.15)$$

где $\varepsilon = E_\perp^2/eB$, $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Особенно простой вид формула (1.14) приобретает в случае $eB \gg E_\perp^2$, и при этом результат определяет именно полную вероятность процесса

$$W = \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)}{16\pi^3} eBE^3 \sin^4 \theta. \quad (1.16)$$

Видно, что вероятность быстро растет с энергией нейтрино, $W \sim E^3$, однако, как будет видно ниже, при больших энергиях нейтрино, с учетом вклада высших уровней Ландау характер роста заменится на линейный, который будет сохраняться вплоть до энергий, соответствующих условию применимости эффективного локального лагранжиана (1.1).

В другом пределе относительно слабых полей, $m_e^2 \ll eB \ll E_1^2$, из формулы (1.14) получаем для вклада основного уровня Ландау

$$W = \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)}{2^{3/2}\pi^{7/2}} (eB)^{5/2}. \quad (1.17)$$

2) В случае относительно слабых полей, $eB \ll E_1^2$, из общего выражения (1.12) имеем

$$W = \frac{2^{1/2}G_F^2 m_e^2 (eB)^{3/2}}{\pi^{7/2}} \left[(C_V^2 + C_A^2) \int_1^\infty du u e^{-2u^2/\eta} \mathbf{E}\left(\frac{\sqrt{u^2-1}}{u}\right) - C_V^2 \int_1^\infty \frac{du}{u} e^{-2u^2/\eta} \mathbf{K}\left(\frac{\sqrt{u^2-1}}{u}\right) \right], \quad (1.18)$$

где $\eta = eB/m_e^2 = B/B_e$, $\mathbf{K}(k)$ и $\mathbf{E}(k)$ – полные эллиптические интегралы 1 и 2 рода [120]. Отметим, что области применимости формул (1.14) и (1.18) перекрываются в случае $m_e^2 \ll eB \ll E_1^2$. Действительно, если положить в (1.18) $\eta \gg 1$, то, как и следовало ожидать, воспроизводится формула (1.17). В слабом поле, $eB \ll m_e^2$, результат, как обычно, экспоненциально мал

$$W = \frac{G_F^2 C_A^2}{(2\pi)^{5/2}} (eB)^{5/2} e^{-2/\eta}. \quad (1.19)$$

2 Процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле

2.1 Введение

Исследование процесса нейтринного рождения электрон - позитронных пар в пределе скрещенного поля имеет довольно длинную историю [23–31]. Уже в первой из указанных работ [23] была найдена правильная зависимость лидирующего вклада в вероятность от динамического параметра χ ,

$$\chi^2 = \frac{e^2(PFFP)}{m_e^6},$$

в главном логарифмическом приближении, вида $\sim \chi^2 \ln \chi$, однако числовой коэффициент был ошибочным. В последующих работах проводилось уточнение этого коэффициента и вычисление пост-логарифмических поправок, которые могут оказаться весьма существенными при не очень большом значении $\ln \chi$.

Следует отметить, что по самой постановке задачи речь может идти только об ультрарелятивистском нейтрино, которое, благодаря киральному характеру его взаимодействия в рамках стандартной модели, существует практически только левополяризованным, даже в том случае, когда его масса отлична от нуля. Это утверждение остается в силе, даже если допустить существование у нейтрино экзотических свойств, которые могли бы приводить в определенных физических условиях к деполаризационным эффектам (до сих пор не наблюдавшимся). Непонимание того, что в природе не бывает неполяризованных ультрарелятивистских нейтринных потоков, часто приводило к появлению ошибочного фактора $1/2$ в формулах для вероятностей процессов с нейтрино в начальном состоянии из-за нефизического усреднения по его поляризациям, см. на-

пример [29, 55].

В результатах для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле, полученных в указанных работах, имеются существенные различия. В работе [29], посвященной изучению распада массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j e^- e^+$ ($m_i > m_j + 2m_e$) во внешнем поле, также проводилось сравнение различных формул для вероятности процесса, однако в [29] говорится о взаимном согласии результатов, которое, по нашему мнению, отсутствует.

Действительно, вероятность процесса в пределе $\chi \gg 1$ можно представить в следующем виде

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = K W_0 \chi^2 \left(\ln \chi - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E + \Delta \right), \quad (1.20)$$

где

$$W_0 = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6}{27\pi^3 E}, \quad (1.21)$$

$\gamma_E = 0.577\dots$ – постоянная Эйлера, E – энергия начального нейтрино. Константы K и Δ , входящие в выражение (1.20), были получены разными авторами в следующем виде, см. таблицу 1. При этом в работах [23, 29] вычисление проводилось с учетом электрон - нейтринного взаимодействия только через W - бозон. Для сравнения формулы (1.20) с результатами этих работ нужно положить в ней соответственно $C_V = C_A = 1$ [23] и $C_V = C_A = |U_{ei}U_{e3}|$ [29]. Потеря фактора m_e/E в формулах для вероятности статьи [25] является не числовой, а физической ошибкой, так как ведет к утрате релятивистской инвариантности величины EW .

Как уже отмечалось, формула (1.20) для вероятности описывает достаточно частный случай $\ln \chi \gg 1$. В то же время в ряде физических задач реализуется ситуация, когда динамический параметр принимает

Таблица 1: Константы K и Δ из выражения (1.20), полученные в разных работах

		K	Δ
Чобан, Иванов	1969 [23]	$\frac{29}{1024\pi}$	—
Борисов и др.	1983 [24]	1	$-2 \ln 2 - \frac{389}{384} + \frac{9}{128} \frac{C_V^2 - C_A^2}{C_V^2 + C_A^2}$
Книжников и др.	1984 [25]	$\frac{9}{16} \frac{E}{m_e}$	—
Борисов и др.	1993 [26]	$\frac{1}{2}$	$+\frac{5}{4}$
Кузнецов, Михеев	1997 [28]	1	$-\frac{29}{24}$
Борисов, Заморин	1999 [29]	$\frac{1}{2}$	$-\frac{29}{24}$

умеренно большие значения, так что $\chi \gg 1$, однако $\ln \chi \sim 1$. При этом приближение скрещенного поля применимо, но упомянутое условие $\ln \chi \gg 1$ не выполняется, так что в формуле (1.20) необходим учет следующих членов разложения по обратным степеням большого параметра χ . Содержащиеся в перечисленных статьях формулы для произвольных значений χ имеют вид весьма громоздких многократных интегралов и неудобны для анализа.

2.2 Расчет дифференциальной вероятности на основе решений уравнения Дирака

В связи с имеющимися разногласиями в результатах вычисления вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле, см. таблицу 1, целесообразно привести подробный расчет. Отметим, что полученные результаты тривиально обобщаются и на другие нейтрино-лептонные процессы,

например, вероятность процесса $\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+$ с константами (1.2) лагранжиана (1.1) при замене $m_e \rightarrow m_\mu$ дает вероятность процесса $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu \mu^- \mu^+$, и т.д.

Используя лагранжиан нейтрино-электронного взаимодействия (1.1) и решения для электрона и позитрона в скрещенном поле, формула (A.8) из Приложения А, получаем S -матричный элемент процесса $\nu(P) \rightarrow \nu(P') + e^-(p) + e^+(p')$ в следующем виде

$$\begin{aligned}
 S_{if} = & i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2EV2E'V2\varepsilon V2\varepsilon'V}} \times \\
 & \times \int d^4x \exp \left[-i \left((Qx) - r^3 \varkappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \right) \right] \times \\
 & \times \left[\bar{u}(p) \left(1 - \frac{e \hat{a} \hat{k}}{2(kp)} \varphi \right) \hat{j} (C_V + C_A \gamma_5) \left(1 + \frac{e \hat{k} \hat{a}}{2(kp')} \varphi \right) u(-p') \right],
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

где j_α – нейтринный ток, и введены обозначения: $Q = P - P' - p - p' = q - p - p'$,

$$\begin{aligned}
 r &= \left(\frac{\chi_q}{2\chi_1\chi_2} \right)^{1/3}, \quad \varkappa^2 = -\frac{e^2(aa)}{m_e^2}, \quad \varphi_0 = -\frac{e(qFp)}{m_e^4 \varkappa \chi_q}, \\
 \chi_q &= \left(\frac{e^2(qFFq)}{m_e^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(qk)}{m_e^2}, \\
 \chi_1 &= \left(\frac{e^2(pFFp)}{m_e^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(pk)}{m_e^2}, \\
 \chi_2 &= \left(\frac{e^2(p'FFp')}{m_e^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(p'k)}{m_e^2}, \\
 \chi &= \left(\frac{e^2(PFFP)}{m_e^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(Pk)}.
 \end{aligned} \tag{1.23}$$

Выбирая систему отсчета, в которой

$$k^\mu = (k_0, k_0, 0, 0), \quad a^\mu = (0, 0, -a, 0), \tag{1.24}$$

при этом фаза φ и напряженности электрического и магнитного полей $\vec{\mathcal{E}}$ и \vec{B} принимают вид

$$\varphi = (kx) = k_0(t - x), \quad \vec{\mathcal{E}} = (0, \mathcal{E}, 0), \quad \vec{B} = (0, 0, B), \quad \mathcal{E} = B = k_0 a,$$

можем записать

$$(Qx) = (Q_0 - Q_x)t - Q_y y - Q_z z + s\varphi, \quad s = \frac{Q_x}{k_0},$$

и интегрирование по координате x удобно заменить на интегрирование по переменной φ .

Снимая интегралы по t, y, z , преобразуем S -матричный элемент (1.22) к виду

$$S_{if} = \frac{iG_F(2\pi)^3 \delta^2(\vec{Q}_\perp) \delta((kQ))}{\sqrt{2}\sqrt{2E'V}2E'V2\varepsilon V2\varepsilon'V} \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi \left[\bar{u}(p) \gamma_\mu L^{\mu\nu} j_\nu (C_V + C_A \gamma_5) u(-p') \right] \times \\ \times \exp \left[-i \left(s\varphi - r^3 \kappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \right) \right], \quad (1.25)$$

где

$$L^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} + \kappa_- F^{\mu\nu} \varphi + i\kappa_+ \gamma_5 \tilde{F}^{\mu\nu} \varphi - \frac{e^2 \kappa^2}{2m_e^4 \chi_1 \chi_2} (FF)^{\mu\nu} \varphi^2, \quad (1.26)$$

$$\kappa_\pm = \frac{e\kappa}{2m_e^2} \left(\frac{1}{\chi_1} \pm \frac{1}{\chi_2} \right). \quad (1.27)$$

Совершая в интеграле сдвиг по переменной φ , $\varphi \rightarrow \varphi - \varphi_0$, можно избавиться от членов в показателе экспоненты, пропорциональных φ^2 :

$$s\varphi - r^3 \kappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \rightarrow \bar{s}\varphi - \frac{1}{3} r^3 \kappa^3 \varphi^3 + A,$$

где

$$\bar{s} = s + r^3 \kappa^3 \varphi_0^2,$$

а величина A , не зависящая от φ , приведет к появлению в S -матричном элементе постоянного фазового множителя, который несуществен. С учетом симметричности пределов интегрирования данная процедура сдвига по φ позволяет выразить результаты через функцию Эйри:

$$\Phi(y) = \int_0^{\infty} dz \cos \left(yz + \frac{z^3}{3} \right), \quad (1.28)$$

которая удовлетворяет уравнению

$$\Phi''(y) - y\Phi(y) = 0. \quad (1.29)$$

При этом имеющиеся интегралы по φ запишутся в следующем виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3\kappa^3\varphi^3) \right) = \frac{2}{r\kappa} \Phi(y), \quad (1.30)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \varphi \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3\kappa^3\varphi^3) \right) = -\frac{2i}{r^2\kappa^2} \Phi'(y), \quad (1.31)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \varphi^2 \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3\kappa^3\varphi^3) \right) = -\frac{2}{r^3\kappa^3} \Phi''(y), \quad (1.32)$$

где

$$y = -\frac{\bar{s}}{r\kappa}. \quad (1.33)$$

Вероятность процесса определяется выражением

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = \frac{1}{T} \int |S_{if}|^2 \frac{d^3 P' V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p' V}{(2\pi)^3} \quad (1.34)$$

При подстановке матричного элемента следует, как обычно, учесть, что

$$\delta^2(\vec{Q}_1 = 0) = \frac{L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad \delta(kQ = 0) = \frac{T}{2\pi k_0}.$$

Интегрирование с δ -функциями по импульсам позитрона дает

$$\int \frac{d^3 p'}{E'} \delta^2(\vec{Q}_\perp) \delta(kQ) \{ \dots \} = \frac{\varkappa}{m_e^2 \chi_2} \{ p' \rightarrow q - p - sk; \chi_2 \rightarrow \chi_q - \chi_1 \}.$$

Для интегрирования по импульсам электрона удобно ввести переменные τ и u

$$\tau = \frac{e(q\vec{F}p)}{m_e^4 \chi_q}, \quad u = 1 - 2 \frac{\chi_1}{\chi_q}, \quad (1.35)$$

так что

$$\chi_1 = \frac{1-u}{2} \chi_q, \quad \chi_2 = \frac{1+u}{2} \chi_q, \quad (1.36)$$

при этом

$$\int \frac{d^3 p}{E} \frac{1}{\chi_2} = \frac{2m_e^2 \varkappa}{\chi_q} \int_{-1}^1 \frac{du}{1-u^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int d\varphi_0,$$

но, как показывает расчет, подынтегральное выражение не содержит зависимости от φ_0 . Вспоминая связь между φ и x , заключаем, что интеграл по φ_0 отражает произвол выбора точки начала отсчета координаты x . При решении задачи в конечном объеме квантования $V = L_x L_y L_z$ область интегрирования по φ_0 конечна и равна $k_0 L_x$, т. е.

$$\int d\varphi_0 = k_0 \int dx_0 = k_0 L_x.$$

Аргумент функции Эйри (1.33) в обозначениях (1.35) имеет вид

$$y = r^2 \left(\tau^2 + 1 - \frac{\chi_1 \chi_2}{\chi_q^2} \frac{q^2}{m_e^2} \right), \quad r = \left(\frac{2}{\chi_q (1-u^2)} \right)^{1/3}. \quad (1.37)$$

Для вероятности процесса получаем следующее выражение

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^2}{(2\pi)^6 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \int_0^1 r du \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left\{ -i_0 \left(2 \frac{\tau^2 + 1}{1 - u^2} [\Phi(y)]^2 + r \chi_q u^2 [\Phi'(y)]^2 \right) - \right. \\
 & - i_1 \frac{q^2}{m_e^2} \left[\left(\tau^2 + 1 - \frac{q^2(1 - u^2)^2}{4m_e^2} \right) \frac{r^3}{\chi_q} [\Phi(y)]^2 + \frac{r}{\chi_q} u^2 [\Phi'(y)]^2 \right] + \\
 & + i_2 \left(-2 \frac{\tau^2}{\chi_q^2} [\Phi(y)]^2 + \frac{r}{\chi_q} (1 - u^2) [\Phi'(y)]^2 \right) + \quad (1.38) \\
 & + \frac{2C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \left[i_0 [\Phi(y)]^2 + 2i_1 \left(\tau^2 + 1 - \frac{q^2(1 - u^2)}{4m_e^2} \right) \frac{r^3}{\chi_q} [\Phi(y)]^2 + \right. \\
 & \left. + 2i_1 \frac{r}{\chi_q} [\Phi'(y)]^2 \right] + \frac{8C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} i_3 \left(1 - \frac{q^2(1 - u^2)}{4m_e^2} \right) \frac{r^2}{\chi_q^2} \Phi(y) \Phi'(y) \left. \right\},
 \end{aligned}$$

где введены инварианты, построенные из нейтринного тока и тензора поля

$$\begin{aligned}
 i_0 &= (j j^*), \quad i_1 = \frac{e^2 (j F F j^*)}{m_e^4}, \quad i_2 = \frac{e^2 (q \tilde{F} j)(q \tilde{F} j^*)}{m_e^6}, \\
 i_3 &= \frac{e^3 \text{Re}[(q \tilde{F} j)(q F F j^*)]}{m_e^8}. \quad (1.39)
 \end{aligned}$$

Для вычисления входящих в выражение (1.38) интегралов по переменной τ :

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [\Phi(y)]^2, & I_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \tau^2 [\Phi(y)]^2, \\
 I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [\Phi'(y)]^2, & I_4 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \Phi(y) \Phi'(y) \quad (1.40)
 \end{aligned}$$

воспользуемся известными соотношениями для функции Эйри, см. [16], с. 80, 83, формулы (46), (48), (58):

$$y [\Phi(y)]^2 + [\Phi'(y)]^2 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dy^2} [\Phi(y)]^2, \quad (1.41)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t}} [\Phi(t+a)]^2 = \frac{\pi}{2} \int_{2^{2/3}a}^{\infty} dy \Phi(y), \quad (1.42)$$

$$\int_0^{\infty} dt t^{\sigma} [\Phi(t+a)]^2 = \frac{\sigma}{2(2\sigma+1)} \left(\frac{d^2}{da^2} - 4a \right) \int_0^{\infty} dt t^{\sigma-1} [\Phi(t+a)]^2, \quad \sigma > 0. \quad (1.43)$$

Интегралы (1.40) равны

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\pi}{2r} \Phi_1(U), & I_2 &= \frac{2^{1/3}\pi}{8r^3} [-\Phi'(U) - U\Phi_1(U)], \\ I_3 &= \frac{2^{1/3}\pi}{8r} [-3\Phi'(U) - U\Phi_1(U)], & I_4 &= -\frac{2^{2/3}\pi}{4r} \Phi(U), \end{aligned} \quad (1.44)$$

где обозначено

$$\Phi_1(U) = \int_U^{\infty} dy \Phi(y), \quad U = \left(\frac{4}{\chi_q(1-u^2)} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{q^2(1-u^2)}{4m_e^2} \right). \quad (1.45)$$

В результате вероятность процесса принимает вид следующего интеграла по импульсу конечного нейтрино

$$\begin{aligned} W &= \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)m_e^2}{4(2\pi)^5 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \int_0^1 du \left\{ i_0 \left[\frac{1+3u^2}{(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{\chi_q}{4} \right)^{2/3} \Phi'(U) - \right. \right. \\ &- \left. \left(1 + \frac{q^2(1+u^2)}{4m_e^2} \right) \Phi_1(U) \right] + i_1 \frac{q^2}{m_e^2} \left[\frac{1+3u^2}{16(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) - \right. \\ &- \left. \frac{1}{\chi_q^2} \left(1 - \frac{q^2(1-3u^2)}{4m_e^2} \right) \Phi_1(U) \right] - i_2 \frac{1}{8} (1-u^2)^{2/3} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) + \\ &+ \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \left[i_0 2\Phi_1(U) - i_1 \frac{1}{(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) \right] - \\ &- \left. \frac{C_V C_A}{4(C_V^2 + C_A^2)} i_3 \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^2 U \Phi(U) \right\}. \end{aligned} \quad (1.46)$$

2.3 Полная вероятность процесса

Для интегрирования в выражении (1.46) по импульсу конечного нейтрино введем новые инвариантные переменные κ , ξ и ϕ

$$\kappa = -\frac{q^2}{[4e^2(PFFP)]^{1/3}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{(qFFq)}{(PFFP)}}, \quad \phi = \operatorname{arctg} \frac{(PFP')}{(P\tilde{F}P')}.$$

Угол ϕ в системе отсчета, где импульс начального нейтрино $\mathbf{P} \perp \mathbf{B}$, имеет смысл азимутального угла в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{P} , между проекцией вектора \mathbf{P}' на эту плоскость и направлением магнитного поля. В этих переменных

$$\int \frac{d^3 P'}{E'} = 4\pi m_e^2 \left(\frac{\chi}{4}\right)^{2/3} \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi}. \quad (1.47)$$

Как уже отмечалось, интерференционный член в формуле (1.46), пропорциональный $C_V C_A$, не дает вклада в вероятность, но может быть существенным при вычислении асимметрии средней потери импульса нейтрино.

После интегрирования по ϕ выражение (1.46) принимает вид

$$\begin{aligned} W = & \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6 \chi^2}{16\pi^4 E} \int_0^1 du \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \left\{ -2\kappa^2 (1-u^2) \Phi_1(U) - \right. \\ & - \kappa \frac{2-2\xi+\xi^2}{3\xi^{4/3}} \frac{9-u^2}{(1-u^2)^{1/3}} \Phi'(U) - \\ & \left. - \frac{2C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \left(\frac{4}{\chi}\right)^{2/3} \left[\kappa \Phi_1(U) + 4 \frac{1-\xi}{\xi^{4/3}} \frac{1}{(1-u^2)^{1/3}} \Phi'(U) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (1.48)$$

Выполняя интегрирование по переменной κ , вероятность процесса мож-

но привести к следующему виду:

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6 \chi^2}{27\pi^4 E} \int_0^1 du \int_0^1 x dx z \Phi(z) \times \\ \times \left\{ \frac{3+x^2}{(1-u^2)(1-x)} + \frac{3}{8}(1-3x) + \frac{9}{4} \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} (5+x) \right\}, \quad (1.49)$$

где

$$z = \left(\frac{4}{\chi(1-u^2)(1-x)} \right)^{2/3}.$$

Наконец, выполняя еще одно интегрирование, вероятность можно записать в виде однократного интеграла, содержащего функцию Эйри:

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6 \chi^2}{27\pi^4 E} \int_0^1 u^2 du t \Phi(t) \times \\ \times \left\{ \frac{4}{1-u^2} \left(2L(u) - \frac{29}{24} \right) - \frac{15}{2} L(u) - \frac{47}{48} + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} (1 + (1-u^2)L(u)) \left(33 - \frac{47}{4}(1-u^2) \right) + \right. \\ \left. + \frac{9}{16} \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} [48L(u) + 2 - (1 + (1-u^2)L(u)) (28 - 3(1-u^2))] \right\}. \quad (1.50)$$

Здесь

$$t = \left(\frac{4}{\chi(1-u^2)} \right)^{2/3}, \quad L(u) = \frac{1}{2u} \ln \frac{1+u}{1-u}. \quad (1.51)$$

В случае $\chi \ll 1$ из выражения (1.50) немедленно получаем формулу для вероятности, содержащую хорошо известное экспоненциальное подавление:

$$W(\chi \ll 1) \simeq \frac{3\sqrt{6} G_F^2 m_e^6}{(16\pi)^3 E} (3C_V^2 + 13C_A^2) \chi^4 \exp\left(-\frac{8}{3\chi}\right), \quad (1.52)$$

которая согласуется с соответствующей формулой работы [26].

В случае $\chi \gg 1$ (а точнее, $\ln \chi \gg 1$) из выражения (1.50) нетрудно получить формулу (1.20), где $K = 1$, $\Delta = -29/24$, в согласии с результатом [28]:

$$W(\chi \gg 1) \simeq \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6 \chi^2}{27\pi^3 E} \left(\ln \chi - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} \right). \quad (1.53)$$

Поскольку динамический параметр χ пропорционален энергии нейтрино, видно, что вероятность (1.53) растет с энергией, как $E \ln E$, в отличие от роста $W \sim E^3$ в режиме сильного поля, см. (1.16). Сравнивая также (1.53) с (1.17), видим, что относительный вклад в вероятность от основного уровня Ландау в пределе $E^2 \gg eB$ мал ($\sim \sqrt{eB}/E \ll 1$).

Из формулы (1.50) нетрудно также найти следующий член разложения по обратным степеням параметра χ , что дает:

$$W(\chi \gg 1) \simeq \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6 \chi^2}{27\pi^3 E} \left\{ \ln \chi - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} - \frac{1}{\chi^{2/3}} \frac{9}{56} \frac{3^{1/3} \pi^2}{[\Gamma(\frac{2}{3})]^4} \frac{19C_V^2 - 63C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \right\}, \quad (1.54)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция, $\Gamma(2/3) = 1.354\dots$

Из формулы (1.54) видно, что поправочный член $\sim \chi^{-2/3}$ уже не имеет универсального характера. Он относительно мал и отрицателен для случая, когда аромат нейтрино совпадает с ароматом заряженного лептона ($\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+$, $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu \mu^- \mu^+$). Когда ароматы нейтрино и заряженного лептона различны ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+$, $\nu_e \rightarrow \nu_e \mu^- \mu^+$), этот член положителен и относительно велик.

На графиках рис. 3 и 4 изображены вероятности процессов $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ в зависимости от динамического параметра в области умеренно больших значений χ . Из рисунков видно, что в этой области поправочный член $\sim \chi^{-2/3}$ скорее ухудшает описание поведения вероятности. Это

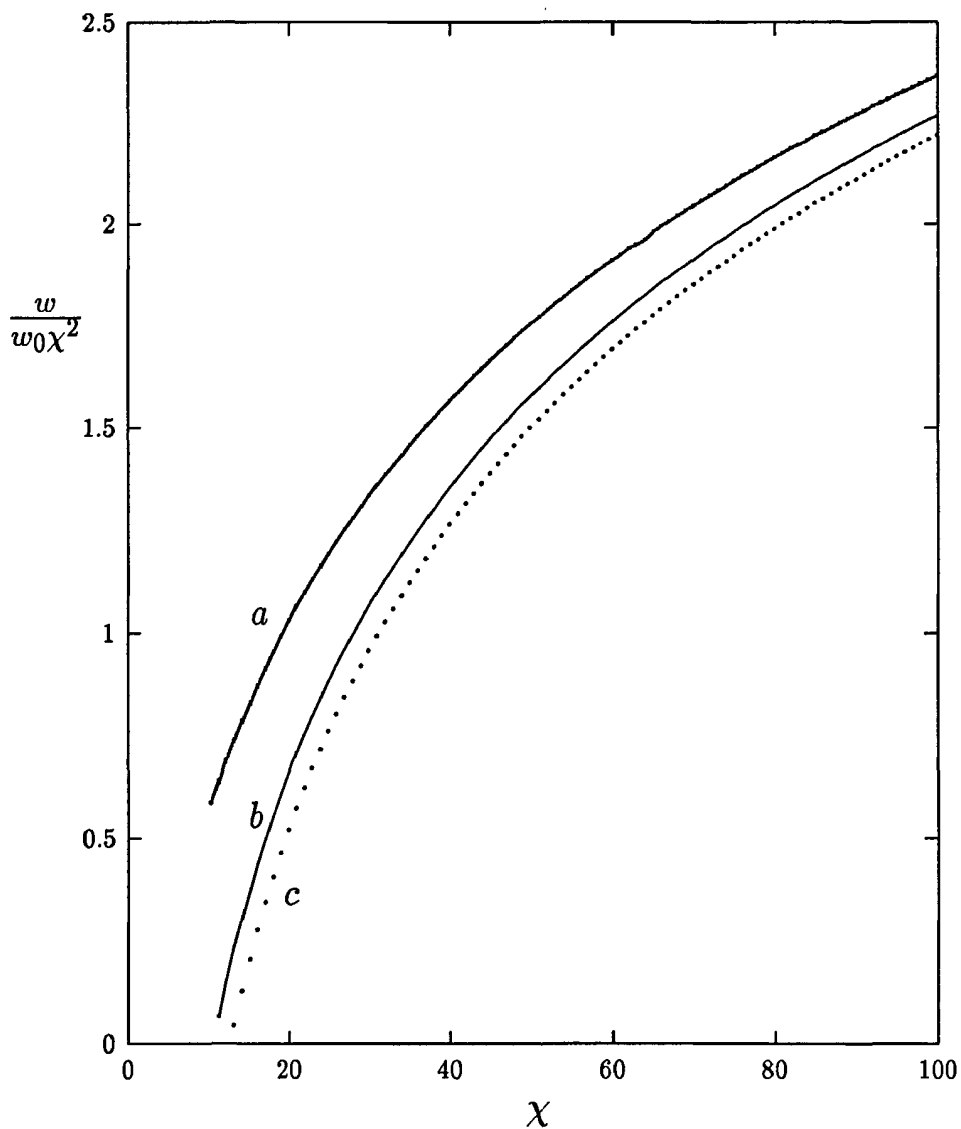


Рис. 3: Зависимость вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ от динамического параметра в области умеренно больших значений χ для случая, когда аромат нейтрино совпадает с ароматом заряженного лептона ($\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+, \dots$), рассчитанной: *a*) по точной формуле (1.50); *b*) по приближенной формуле (1.53); *c*) по формуле (1.54) с “поправкой” $\sim \chi^{-2/3}$.

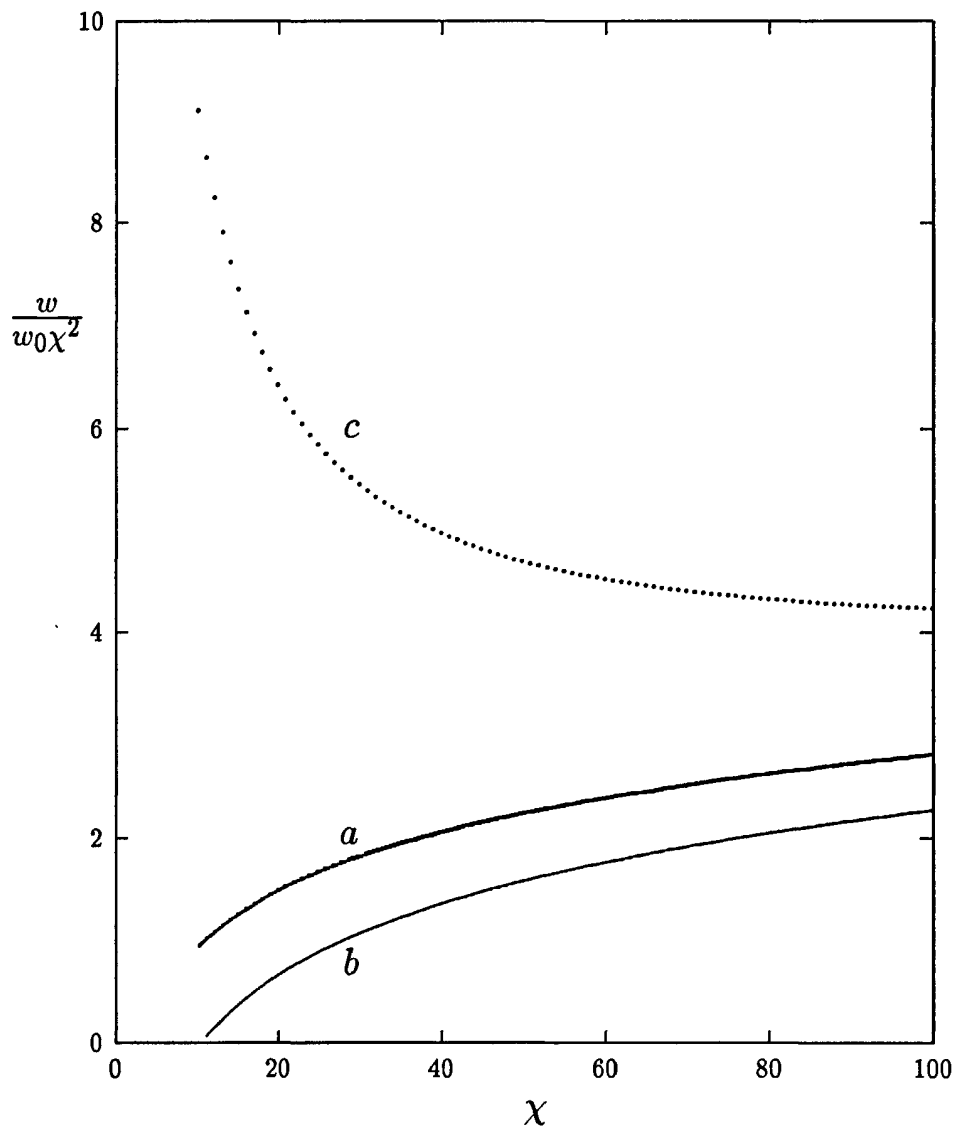


Рис. 4: Зависимость вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ от динамического параметра в области умеренно больших значений χ для случая, когда ароматы нейтрино и заряженного лептона различны ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+, \dots$), рассчитанной: *a*) по точной формуле (1.50); *b*) по приближенной формуле (1.53); *c*) по формуле (1.54) с “поправкой” $\sim \chi^{-2/3}$.

объясняется тем, что следующий член разложения по параметру χ , по видимому, имеет характер $\sim \chi^{-4/3} \ln \chi$ и достаточно велик, однако выделить его представляется затруднительным.

Из рисунков видно также, что величина вероятности, рассчитанная по точной формуле (1.50), при любых χ больше приближенного значения (1.53), например при $\chi = 20$ — в 1.6 раза для совпадающих и в 2.3 раза для различных ароматов нейтрино и лептона. При $\chi \lesssim 10$ приближенная формула (1.53) теряет смысл.

Таким образом, при детальном анализе вероятности процесса нейтринного рождения лептонной пары во внешнем электромагнитном поле в области умеренно больших значений параметра χ следует пользоваться полученной нами точной формулой (1.50).

2.4 Обобщение на случай процесса с различными лептонами $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$

Анализ нейтринного рождения $e^- e^+$ и $\mu^- \mu^+$ — пар является в определенном смысле неполным без рассмотрения процессов с рождением $e^- \mu^+$ и $e^+ \mu^-$ — пар за счет стандартного μ - распадного взаимодействия, поскольку последние процессы кинематически более открыты, нежели рождение $\mu^- \mu^+$ — пары. В данном разделе приводится достаточно простое выражение для вероятности процесса $\nu_i \rightarrow \nu_j \ell_n^- \ell_m^+$, удобное для численного анализа, которое обобщает результаты предыдущего раздела на случай как одинаковых ($n = m$), так и различных ($n \neq m$) заряженных лептонов.

В рассматриваемом случае относительно малых передач импульса, $|q^2| \ll m_W^2$, слабое взаимодействие нейтрино с лептонами можно описы-

вать в локальном пределе эффективным лагранжианом самого общего вида

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\ell}_n \gamma_\alpha (C_V + C_A \gamma_5) \ell_m] [\bar{\nu}_j \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu_i]. \quad (1.55)$$

Здесь C_V, C_A – векторная и аксиальная электрослабые константы

$$C_V = \delta_{in} \delta_{jm} - \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{nm} (1 - 4 \sin^2 \theta_W),$$

$$C_A = \delta_{in} \delta_{jm} - \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{nm},$$

которые для конкретных процессов принимают следующий вид.

- В случае, когда вклад дает обмен как Z , так и W - бозонами

$$\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+, \nu_\mu \rightarrow \nu_\mu \mu^- \mu^+, \quad C_V = 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W,$$

$$C_A = 1/2. \quad (1.56)$$

- Для процессов, где присутствует только обмен Z - бозоном

$$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+, \nu_e \rightarrow \nu_e \mu^- \mu^+, \quad C_V = -1/2 + 2 \sin^2 \theta_W,$$

$$C_A = -1/2. \quad (1.57)$$

- Для процессов обратного μ - распада, где присутствует только W - бозон

$$\nu_\mu \rightarrow \nu_e \mu^- e^+, \nu_e \rightarrow \nu_\mu e^- \mu^+, \quad C_V = 1, C_A = 1. \quad (1.58)$$

При анализе процесса $\nu(P) \rightarrow \nu(P') + \ell_1(p) + \bar{\ell}_2(p')$ динамический параметр χ , который будет определять вероятность, целесообразно выбрать в виде

$$\chi^2 = \frac{e^2 (P F F P)}{m_1^3 m_2^3},$$

где m_1, m_2 – массы заряженных лептонов. Проводя вычисления, аналогичные описанным в разделах 2.2, 2.3, получаем следующее обобщение формулы (1.49) для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$ в виде двукратного интеграла:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2) = & \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_1^3 m_2^3 \chi^2}{54\pi^4 E} \int_{-1}^1 du \int_0^1 x dx z \Phi(z) \times \\
 & \times \left\{ \frac{3+x^2}{(1-u^2)(1-x)} + \frac{3}{8}(1-3x) + \frac{9(1-\lambda)^2(5+x)}{16\lambda\eta} + \right. \\
 & + \frac{9(1-\lambda^2)u}{16\lambda\eta} \left(1+x + 2\frac{1-x}{x} \ln(1-x) \right) + \\
 & + \frac{9(1-\lambda^2)^2(1-u^2)}{64\lambda^2\eta^2} \left(1+4\frac{1-x}{x} \ln(1-x) \right) + \\
 & \left. + \frac{9}{4} \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \frac{5+x}{\eta} + \frac{3}{4} \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \frac{1-\lambda^2}{\lambda\eta} \frac{3-x^2}{1-x} \right\}, \quad (1.59)
 \end{aligned}$$

где обозначено

$$\lambda = \frac{m_2}{m_1}, \quad \eta = \frac{1+\lambda^2}{2\lambda} + u \frac{1-\lambda^2}{2\lambda}, \quad z = \eta \left(\frac{4}{\chi(1-u^2)(1-x)} \right)^{2/3}. \quad (1.60)$$

Приближенная формула для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$ при $m_1 \neq m_2$, обобщающая формулу (1.53), имеет вид

$$\begin{aligned}
 W(\chi \gg 1) = & \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_1^3 m_2^3 \chi^2}{27\pi^3 E} \left\{ \ln \chi - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \right. \\
 & \left. - \frac{29}{24} + \frac{3}{2} \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \ln \frac{m_1}{m_2} \right\}. \quad (1.61)
 \end{aligned}$$

3 Возможные астрофизические проявления процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ во внешнем магнитном поле

3.1 Средняя потеря энергии и импульса нейтрино

Следует заметить, что практический интерес для астрофизики имеет скорее не вероятность процесса, а средняя потеря энергии и импульса нейтрино в сильном магнитном поле, которую можно определить 4-вектором

$$Q^\alpha = E \int dW q^\alpha = (\mathcal{I}, \vec{\mathcal{F}}) E. \quad (1.62)$$

Его нулевая компонента связана со средней энергией, теряемой нейтрино за единицу времени, $\mathcal{I} = -dE/dt$. Пространственные компоненты вектора (1.62) связаны аналогичным образом с потерей импульса нейтрино за единицу времени, $\vec{\mathcal{F}} = -d\vec{p}/dt$. Мы приведем здесь вектор Q^α в тех же двух предельных случаях, что рассматривались ранее.

1) При $eB \gtrsim E^2 \sin^2 \theta$ имеем

$$\begin{aligned} Q^\alpha &= \frac{G_F^2 e B (P \varphi \varphi P)^2 (C_V^2 + C_A^2)}{48\pi^3} [P^\alpha \cdot f_2(\varepsilon) - 2(\varphi \varphi P)^\alpha \cdot f_3(\varepsilon) \\ &+ \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} (\tilde{\varphi} P)^\alpha \cdot f_2(\varepsilon)], \quad (1.63) \\ f_2(\varepsilon) &= 6 \int_0^1 d\rho \rho (1 - \rho^2)^2 e^{-\varepsilon(1+\rho^2)/2} I_0(\varepsilon\rho) = \\ &= 1 - \frac{5}{8}\varepsilon + \frac{21}{80}\varepsilon^2 - \frac{7}{80}\varepsilon^3 + \dots, \\ f_3(\varepsilon) &= 3 \int_0^1 d\rho \rho (1 - \rho^2) e^{-\varepsilon(1+\rho^2)/2} [(1 + \rho^2) I_0(\varepsilon\rho) - 2\rho I_1(\varepsilon\rho)] = \\ &= 1 - \frac{15}{16}\varepsilon + \frac{21}{40}\varepsilon^2 - \frac{7}{32}\varepsilon^3 + \dots \end{aligned}$$

В предельном случае $eB \gg E^2 \sin^2 \theta$ для нейтринных потерь энергии и импульса получаем

$$\mathcal{I} = \frac{1}{3}EW \left(1 + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \cos \theta \right), \quad (1.64)$$

$$\mathcal{F}_z = \frac{1}{3}EW \left(\cos \theta + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \right), \quad \mathcal{F}_\perp = EW \sin \theta, \quad (1.65)$$

где ось z направлена вдоль поля, вектор $\vec{\mathcal{F}}_\perp$, поперечный к полю, лежит в плоскости векторов \vec{B} и \vec{p} , в качестве W нужно подставить вероятность процесса (1.16).

2) При $eB \ll E^2 \sin^2 \theta$ для процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ имеем

$$\begin{aligned} Q^\alpha &= \frac{7G_F^2(C_V^2 + C_A^2)m_e^6\chi^2}{432\pi^3} [P^\alpha(\ln \chi - 1.888) - \sqrt{3} \frac{\eta^2}{\chi} (\varphi\varphi P)^\alpha \\ &- 7.465 \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \frac{\eta}{\chi^{2/3}} (\tilde{\varphi}P)^\alpha]. \end{aligned} \quad (1.66)$$

Напомним, что $\eta = eB/m_e^2$.

В предельном случае очень больших значений динамического параметра, $\ln \chi \gg 1$, выражение для 4-вектора потерь значительно упрощается:

$$Q^\alpha \simeq \frac{7}{16}EW P^\alpha, \quad (1.67)$$

где вероятность W следует взять из формулы (1.53).

Для астрофизических приложений важно, что формулы (1.16), (1.53), (1.63), (1.67) справедливы и для процесса с участием антинейтрино $\bar{\nu} \rightarrow \bar{\nu} e^- e^+$, благодаря CP -инвариантности слабого взаимодействия.

3.2 Применимость результатов в присутствии плотной плазмы

Отметим, что полученные нами формулы справедливы также в присутствии плотной плазмы с концентрацией электронов порядка $10^{33} - 10^{34} \text{ см}^{-3}$. Это связано с особенностями статистики ультрарелятивистского электронного газа в магнитном поле [121]. С учетом вырождения по поперечному импульсу (1.9), связь концентрации ультрарелятивистского электрон-позитронного газа с химическим потенциалом μ и температурой T описывается следующей суммой по уровням Ландау

$$n = n_{e^-} - n_{e^+} = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp \left\{ \left(\exp\left(\frac{p - \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1} + 2 \sum_{k=1}^\infty \left(\exp\left(\frac{\sqrt{p^2 + 2keB} - \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1} - (\mu \rightarrow -\mu) \right\}. \quad (1.68)$$

В сильном поле, при условии $\sqrt{eB} - \mu \gg T$, когда заселен практически лишь основной уровень Ландау, зависимость от температуры в соотношении (1.68) исчезает, и химический потенциал становится функцией только концентрации плазмы и интенсивности поля

$$\mu = \frac{2\pi^2 n}{eB} \simeq 0.26 \text{ МэВ} \left(\frac{n}{10^{33} \text{ см}^{-3}} \right) \left(\frac{10^{17} \text{ Гс}}{B} \right). \quad (1.69)$$

Таким образом, химический потенциал может быть значительно меньше, чем в отсутствие поля, $\mu \simeq (3\pi^2 n)^{1/3}$, при тех же значениях концентрации. Однако видно, что химический потенциал растет с концентрацией значительно быстрее, чем в отсутствие поля. При значении

$$n > 3.5 \cdot 10^{33} \text{ см}^{-3} \cdot \left(\frac{B}{10^{16} \text{ Гс}} \right)^{3/2}$$

начинают заселяться следующие уровни Ландау, и взаимосвязь химического потенциала и концентрации определяется выражением

$$n \simeq \frac{eB\mu}{2\pi^2} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{k_{max}} \sqrt{1 - k \frac{2eB}{\mu^2}} \right), \quad k_{max} = \left[\frac{\mu^2}{2eB} \right], \quad (1.70)$$

где $[x]$ – целая часть x . Зависимость химического потенциала от концентрации релятивистского электронного газа изображена на рис. 5. Видно, что при возбуждении нескольких низших уровней Ландау химический потенциал уже почти не отличается от бесполевого значения. Как показывает анализ, если выполняются условия

$$\begin{aligned} B &> 10^{15} \text{ Гс} \left(\frac{T}{3 \text{ МэВ}} \right)^2, \\ B &> 5 \cdot 10^{15} \text{ Гс} \left(\frac{n}{10^{33} \text{ см}^{-3}} \right)^{2/3}, \end{aligned} \quad (1.71)$$

при интегрировании по фазовому объему электрон - позитронных пар не возникает подавляющих статистических факторов.

В другом предельном случае очень высокой температуры $T \gg \sqrt{eB}$, μ учет влияния среды приводит к появлению постоянных статистических факторов, равных 1/2 как для электрона, так и для позитрона, что уменьшает вероятность процесса в 4 раза.

3.3 Возможные астрофизические следствия

Для иллюстрации применим полученные выше результаты к конкретным физическим условиям оболочки ядра взрыва сверхновой, в результате которого рождается замагниченная нейтронная звезда – пульсар. Представим, что в процессе этого катаклизма в окрестности нейтриносферы возникает по какой-либо причине очень сильное магнитное поле

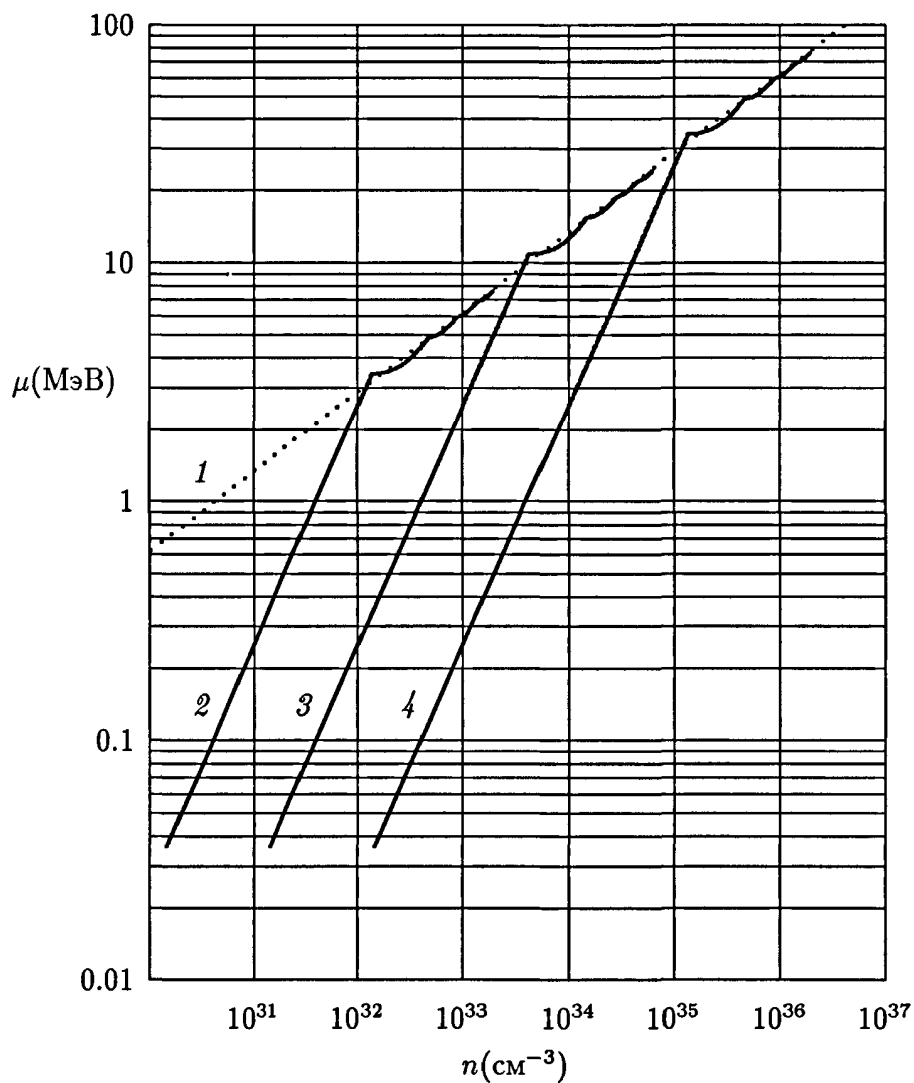


Рис. 5: Зависимость химического потенциала от концентрации релятивистского электронного газа: 1 - в отсутствие поля, 2,3,4 - в сильном магнитном поле, формула (1.70), для значений индукции поля 10^{15} , 10^{16} , 10^{17} Гс соответственно. Изломы кривых соответствуют последовательному открыванию уровней Ландау.

порядка $10^{16} - 10^{18}$ Гс [6–10]. Плотность электронов в этой области, уже прозрачной для нейтрино, не слишком высока, см. (1.69), так что подавляющих статистических факторов не возникает. Из формул (1.63) и (1.67) можно найти долю энергии, теряемую нейтрино при прохождении магнитного поля. В пределе сильного поля $eB \gg E^2$ получаем из (1.63)

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}_{tot}} \sim 0.6 \cdot 10^{-2} \left(\frac{B}{10^{17} \text{ Гс}} \right) \left(\frac{\bar{E}}{10 \text{ МэВ}} \right)^3 \left(\frac{\Delta \ell}{10 \text{ км}} \right), \quad (1.72)$$

где \mathcal{E}_{tot} – полная энергия, уносимая нейтрино при взрыве сверхновой, \bar{E} – энергия нейтрино, усредненная по спектру, $\Delta \ell$ есть характерный размер области, где поле меняется несущественно. Здесь мы взяли масштабы энергий, которые считаются типичными для взрыва сверхновой [122,123].

Таким, образом, при наличии достаточно сильного магнитного поля, за счет процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар могла бы быть решена известная проблема FOE (ten to the Fifty One Ergs), состоящая в том, что для согласованного описания динамики взрыва сверхновой необходимо, чтобы выходящий нейтринный поток за счет какого-то механизма оставлял в оболочке $\sim 10^{51}$ эрг, то есть около 1% полной выделяющейся при взрыве энергии $\sim 10^{53}$ эрг.

Другой интересной характеристикой является асимметрия вылета нейтрино

$$A = \frac{|\sum_i \mathbf{p}_i|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|}. \quad (1.73)$$

В этом же пределе сильного поля полоидального типа [8–10] из формулы (1.72) получаем

$$A \sim 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{B}{10^{17} \text{ Гс}} \right) \left(\frac{\bar{E}}{10 \text{ МэВ}} \right)^3 \left(\frac{\Delta \ell}{10 \text{ км}} \right). \quad (1.74)$$

Как видно из формул (1.72) и (1.74), рассматриваемый эффект может

проявляться на процентном уровне и, в принципе, может быть существенным при детальном теоретическом описании динамики остывания сверхновой.

В другом предельном случае $eB \ll E^2$ из (1.67) находим

$$\frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}_{tot}} \sim 10^{-6} \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \right)^2 \left(\frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right) \left(\frac{\Delta \ell}{10 \text{ км}} \right) \times \left[4.7 + \ln \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right) \right], \quad (1.75)$$

что значительно меньше, чем (1.72). Асимметрия в этом случае имеет дополнительное подавление и, по-видимому, не представляет практического интереса.

Заметим, что в основе асимметрии потери импульса нейтрино в магнитном поле (1.74) лежит нарушение пространственной четности в слабом взаимодействии, так как величина A определяется членом, пропорциональным произведению констант $C_V C_A$ в выражении (1.63). Как уже отмечалось, вклады в асимметрию от вылетающих нейтрино и антинейтрино суммируются, в силу CP -инвариантности слабого взаимодействия. Импульс, теряемый нейтрино, приводит к возникновению “толчковой” скорости остатка катаклизма. Если по каким-либо причинам физические параметры имели бы величины порядка масштабов формулы (1.74), то только за счет нейтринного рождения электрон-позитронных пар в сильном магнитном поле звезды это привело бы для остатка с массой около массы Солнца к скоростям порядка 150 км/с.

Глава II

Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон - позитронной плазмой

Процесс нейтринного рождения электрон-позитронных пар в сильном магнитном поле, если принять во внимание другую компоненту внешней активной среды – плотную плазму – будет подавляться за счет возникновения статистических факторов Ферми - Дирака. В разделе 3.2 главы I определены условия, при которых такое подавление еще несущественно. Эти условия могут реализоваться, например, при слиянии нейтронных звезд. При бóльших значениях концентрации плазмы, что соответствует, например, условиям взрыва сверхновой, влияние плазмы необходимо учитывать. При этом, наряду с подавлением процесса рождения e^-e^+ -пар, возникают новые каналы нейтрино - электронных взаимодействий.

В данной главе исследуется полный набор нейтрино - электронных процессов в замагниченной плазме, включающий, кроме канонических реакций рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$ и аннигиляции $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$, идущих и в отсутствие поля, также процессы “синхротронного” излучения и поглощения нейтринной пары $e \leftrightarrow e\nu\bar{\nu}$ и нейтринного излучения электрон - позитронной пары $\nu \rightarrow \nu e^-e^+$, возможные только в магнитном поле, и, кроме того, “экзотический” процесс, когда нейтрино захватывает из плазмы электрон - позитронную пару: $\nu e^-e^+ \rightarrow \nu$. Этот процесс разрешен только при одновременном наличии и магнитного поля, и горячей плазмы. Материал главы основан на работах [124–131].

1 Что мы понимаем под сильно замагниченной e^-e^+ плазмой

Речь идет о таких условиях, когда среди всех физических параметров, характеризующих электрон - позитронную плазму, полевой параметр является доминирующим. Упрощенно можно охарактеризовать данные условия следующим соотношением: $eB \gg \mu^2, T^2$, где μ - химический потенциал электронов, T - температура плазмы. Для нахождения более обоснованного соотношения сравним плотности энергии магнитного поля $B^2/8\pi$ и электрон - позитронной плазмы.

Как известно, магнитное поле изменяет статистические свойства электрон - позитронного газа [121]. С учетом вырождения по поперечному импульсу зависимость концентрации и плотности энергии электрон - позитронного газа от химического потенциала и температуры описывается следующей суммой по уровням Ландау

$$n = n_{e^-} - n_{e^+} = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dp [\Phi(p, \mu, T) - \Phi(p, -\mu, T)], \quad (2.1)$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{e^-} + \mathcal{E}_{e^+} = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty p dp [\Phi(p, \mu, T) + \Phi(p, -\mu, T)], \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \Phi(p, \mu, T) = & \left(\exp\left(\frac{p - \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1} + \\ & + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left(\exp\left(\frac{\sqrt{p^2 + 2keB} - \mu}{T}\right) + 1 \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь мы использовали приближение ультрарелятивистского электрон - позитронного газа, поскольку для астрофизических процессов характерны достаточно высокие энергии нейтрино и электронов плазмы, $E \gg m_e$.

Таким образом, мы будем пренебрегать массой электрона везде, где это не вызовет недоразумений.

В сильном поле, а именно – при выполнении условия $\sqrt{eB} - \mu \gg T$, заселенным оказывается практически лишь основной уровень Ландау. При этом из (2.1), (2.2) получаем

$$n = \frac{eB\mu}{2\pi^2}, \quad (2.4)$$

$$\mathcal{E} = \frac{eB\mu^2}{4\pi^2} + \frac{eBT^2}{12}. \quad (2.5)$$

Таким образом, более точное условие того, что электрон - позитронная плазма является сильно замагниченной, можно записать в виде

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2 n^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}. \quad (2.6)$$

Выбирая в качестве масштабов в соотношении (2.6) значения физических параметров, типичные для оболочки сверхновой, перепишем его в виде

$$0.8 \cdot 10^{32} B_3^2 \gg 1.7 \cdot 10^{30} \frac{\rho_{12}^2 Y_{0.1}^2}{B_3} + 1.1 \cdot 10^{27} B_3 T_5^2 \quad \left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^3} \right), \quad (2.7)$$

где обозначено

$$B_3 = \frac{B}{10^3 B_e}, \quad \rho_{12} = \frac{\rho}{10^{12} \text{г/см}^3}, \quad Y_{0.1} = \frac{Y_e}{0.1}, \quad T_5 = \frac{T}{5 \text{ МэВ}}, \quad (2.8)$$

здесь ρ – полная плотность плазмы в оболочке, Y_e – отношение числа электронов к числу барионов. Видно, что условие замагниченности плазмы заведомо выполняется.

2 Нейтрино - электронные процессы в сильно замагниченной плазме. Кинематический анализ

Вычисления в настоящей главе аналогичны проведенным в разделе 1 главы I. При изучении процессов в замагниченной плазме к условиям применимости эффективного локального лагранжиана (1.1) следует добавить условия $eBT, eB\mu \ll m_W^3$.

Все нейтрино - электронные процессы, определяемые лагранжианом (1.1), можно разделить на две группы:

1. Процессы, в которых нейтрино присутствует как в начальном, так и в конечном состоянии: $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$, и аналогичные процессы с антинейтрино.
2. Процессы с рождением или поглощением нейтрино - антинейтринной пары $e^- e^+ \rightarrow \nu \bar{\nu}$, $\nu \bar{\nu} \rightarrow e^- e^+$, $e \rightarrow e \nu \bar{\nu}$, $e \nu \bar{\nu} \rightarrow e$.

Как видно из выражения (1.5), квадрат амплитуды каждого из нейтрино - электронных процессов содержит фактор m^2/q_{\parallel}^2 . Однако величина $q_{\parallel}^2 = q_0^2 - q_z^2$ для процессов 1-го и 2-го типов принципиально различается. Для процессов с нейтрино - антинейтринной парой имеем $q = P + P'$ (P и P' - 4-импульсы нейтрино и антинейтрино соответственно), следовательно $q^2 > 0$. Поскольку $q_{\parallel}^2 = q^2 + q_1^2$, где оба слагаемых положительны, величина q_{\parallel}^2 может быть малой только при одновременной малости как q^2 , так и q_1^2 , что возможно только в малой области фазового пространства. Это означает, что практически везде в фазовом пространстве $\sqrt{q_{\parallel}^2} \sim E \sim T \gg m$, что приводит к подавлению вероятности множителем $m^2/T^2 \ll 1$.

С другой стороны, для процессов с нейтрино в начальном и конечном состояниях $q = P - P'$, следовательно $q^2 < 0$, и величина q_{\parallel}^2 может быть малой в достаточно широкой области фазового пространства. Расчет подтверждает, что для этих процессов реализуется кинематическое усиление, приводящее к исчезновению множителя m^2/T^2 в вероятностях.

Таким образом, взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон - позитронной плазмой определяется процессами $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$, $\nu e^+ \rightarrow \nu e^+$, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$. На рис. 6 изображены кинематические области в пространстве импульсов конечного нейтрино для перечисленных процессов в удобной системе отсчета, где импульс начального нейтрино перпендикулярен магнитному полю. Основной вклад в вероятности происходит от областей вблизи парабол $q_{\parallel}^2 = 0$, где реализуется указанное кинематическое усиление.

Интересно проанализировать кинематику процессов $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$ в плоскости Минковского $\{0, 3\}$. Энергии электрона и позитрона, см. формулу (А.4) Приложения А, на основном уровне Ландау равны $\varepsilon = \sqrt{p_z^2 + m_e^2}$, $\varepsilon' = \sqrt{p_z'^2 + m_e^2}$, и при $\varepsilon \sim \varepsilon' \sim T \gg m_e$ электрон и позитрон ведут себя практически как безмассовые частицы. В свою очередь, в энергиях начального и конечного нейтрино $E = \sqrt{P_z^2 + P_{\perp}^2}$, $E' = \sqrt{P_z'^2 + P_{\perp}'^2}$ поперечные компоненты импульсов могут играть в плоскости $\{0, 3\}$ роль эффективных масс, $P_{\perp}^2 = (m_{\nu})_{\text{eff}}^2$, $P_{\perp}'^2 = (m'_{\nu})_{\text{eff}}^2$. Таким образом, процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ открыт при $(m_{\nu})_{\text{eff}} > (m'_{\nu})_{\text{eff}}$ и выглядит в плоскости $\{0, 3\}$, как распад более “тяжелого” нейтрино на более “легкое” плюс “безмассовые” электрон и позитрон. Соответственно, процесс захвата пары $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$ открыт при $(m_{\nu})_{\text{eff}} < (m'_{\nu})_{\text{eff}}$.

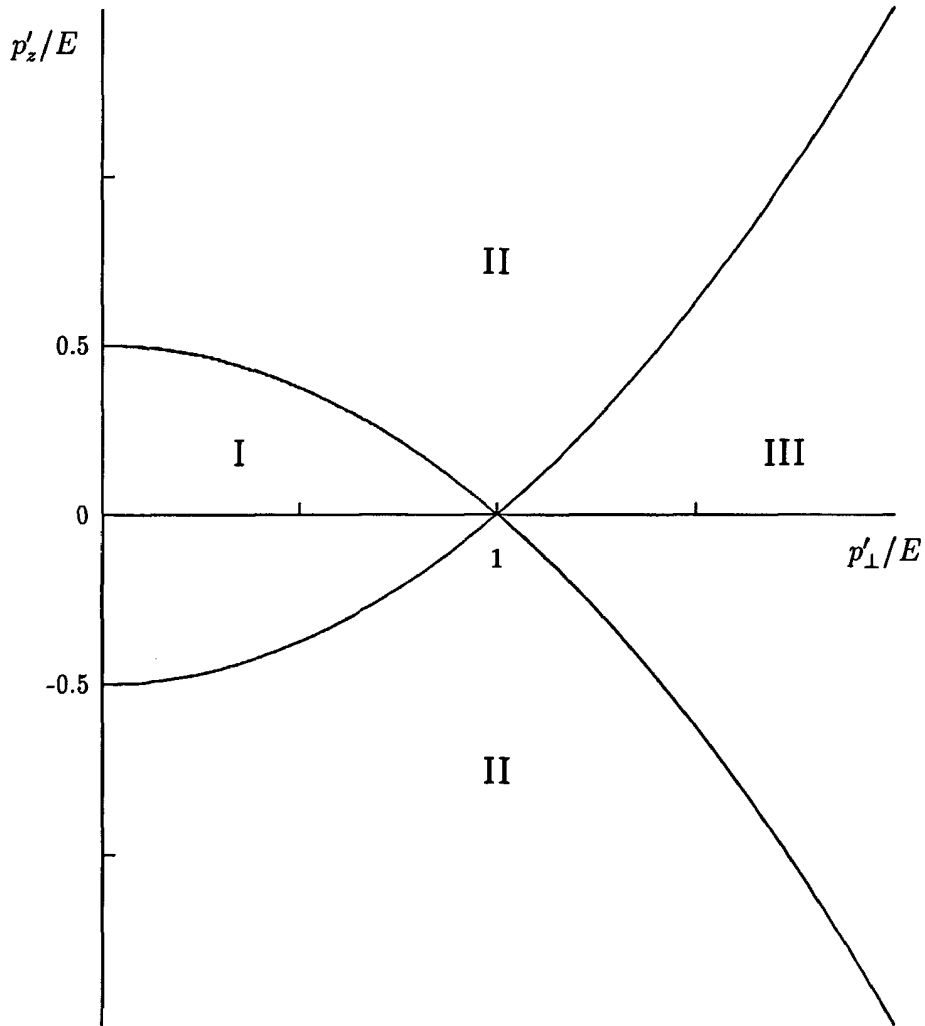


Рис. 6: Кинематические области в пространстве импульсов конечного нейтрино: I — для процесса рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$; II — для каналов рассеяния $\nu e^- \rightarrow \nu e^-$, $\nu e^+ \rightarrow \nu e^+$; III — для процесса захвата пары $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$. Линии соответствуют значению $q_{\parallel}^2 = 0$.

3 Вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$

S -матричный элемент процесса

$$\nu(P) \rightarrow \nu(P') + e^-(p) + e^+(p')$$

имеет вид (1.4), амплитуды других нейтрино - электронных процессов получаются отсюда кроссинг - преобразованиями.

Вероятность нейтринного рождения $e^- e^+$ - пары в единицу времени представим в следующем виде

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = \frac{1}{T} \int |S|^2 d\Gamma_{e^-} (1-f_{e^-}) d\Gamma_{e^+} (1-f_{e^+}) d\Gamma'_\nu (1-f'_\nu), \quad (2.9)$$

где T - полное время взаимодействия, $d\Gamma$ - элемент фазового объема частицы,

$$d\Gamma_{e^-} = \frac{d^2 p L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad d\Gamma_{e^+} = \frac{d^2 p' L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad d\Gamma'_\nu = \frac{d^3 P' V}{(2\pi)^3}. \quad (2.10)$$

Функции распределения электронов и позитронов

$$f_{e^-} = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/T} + 1}, \quad f_{e^+} = \frac{1}{e^{(\varepsilon'+\mu)/T} + 1} \quad (2.11)$$

учитывают наличие плазмы, здесь μ, T - химический потенциал и температура электрон - позитронного газа. Для общности мы учли также возможное наличие квазиравновесного нейтринного газа, описываемого функцией распределения f'_ν . Вообще говоря, вопрос о правомерности описания состояния нейтринного газа в условиях звездного коллапса или другого астрофизического процесса с помощью равновесной функции распределения, а также определение этой функции представляет собой непростую астрофизическую проблему, см., например, [132]. По-видимому, приближение равновесного нейтринного ферми-газа с функцией распределения

$$f_\nu^{(eq)} = \frac{1}{e^{(E-\mu_\nu)/T_\nu} + 1}, \quad (2.12)$$

где μ_ν, T_ν — химический потенциал и температура нейтринного газа, должно удовлетворительно работать внутри нейтриносферы. За пределами нейтриносферы, где формируется выходящий нейтринный поток и, следовательно, возникает асимметрия импульсов нейтрино, принято использовать предположение о факторизации локальной функции распределения

$$f_\nu = \frac{\Phi(\vartheta, R)}{e^{(E-\mu_\nu)/T_\nu} + 1}, \quad (2.13)$$

где энергетическое распределение приближенно считается равновесным. Функция $\Phi(\vartheta, R)$ определяет угловое распределение нейтрино, $\vartheta = \cos \alpha$, α — угол между импульсом нейтрино и радиальным направлением в звезде, R — расстояние до центра звезды. При этом, как показывает анализ [132], в окрестности нейтриносферы функция $\Phi(\vartheta, R)$ незначительно отличается от единицы. При вычислении вероятности мы будем использовать нейтринную функцию распределения в виде (2.12), пренебрегая асимметрией. Позднее в разд. 6, при анализе возможных астрофизических проявлений обсуждаемых нейтрино — электронных процессов, асимметрия в функции распределения (2.13) будет учтена как для начальных, так и для конечных нейтрино.

Подставляя S -матричный элемент (1.4) в (2.9) и интегрируя с δ - функциями по d^2p' , получим

$$W = \frac{G_F^2}{32(2\pi)^4 E} \frac{1}{L_x} \int \frac{d^3P'}{E'} (1 - f'_\nu) \frac{dp_y dp_z}{\varepsilon^2} \delta(\varepsilon + \varepsilon' - q_0) \times \\ \times (1 - f_{e^-}) (1 - f_{e^+}) |\bar{u}(p_\parallel) \hat{j}(C_V + C_A \gamma_5) u(-p'_\parallel)|^2, \quad (2.14)$$

где нужно подставить $\varepsilon' = \sqrt{m^2 + (q_z - p_z)^2}$, $p'_z = q_z - p_z$.

Выполняя в (2.14) интегрирование по импульсу электрона с учетом (1.9), получаем вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в виде следующего интеграла

по импульсу конечного нейтрино

$$W = \frac{G_F^2 e B m^2}{64 \pi^4 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \theta(q_0 - \sqrt{q_z^2 + 4m^2}) \frac{1}{(q_{\parallel}^2)^{3/2} (q_{\parallel}^2 - 4m^2)^{1/2}} \times \quad (2.15)$$

$$\times |C_V(j\tilde{\varphi}q) + C_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}q)|^2 (1 - f'_{\nu}) [(1 - f_{e^-})(1 - f_{e^+}) + (q_z \rightarrow -q_z)].$$

В этом выражении энергии электрона и позитрона, ε и ε' , входящие в функции распределения $f_{e^{\mp}}$, определяются законом сохранения $\varepsilon + \varepsilon' - q_0 = 0$ и равны

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(q_0 + q_z \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} \right), \quad \varepsilon' = \frac{1}{2} \left(q_0 - q_z \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} \right). \quad (2.16)$$

Выражение (2.15) является обобщением формулы (1.10), где процесс $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ исследовался в чисто магнитном поле большой интенсивности, на случай присутствия электрон - позитронного и нейтринного газа.

Дальнейшее интегрирование по импульсу конечного нейтрино удобно проводить, как и в разделе 1 главы I, в системе отсчета, где импульс начального нейтрино перпендикулярен магнитному полю, $P_z = 0$. В случае чисто магнитного поля в эту систему можно было перейти без потери общности, совершая лоренц-преобразование вдоль поля, поскольку величина EW , определяемая из выражения (2.15), содержит, кроме статистических факторов Ферми - Дирака, только инварианты относительно такого преобразования. Однако теперь у нас есть выделенная система отсчета - система покоя плазмы, в которой и записаны функции распределения (2.11), (2.12). Для перехода в систему, где $P_z = 0$, представим эти функции в релятивистски инвариантном виде:

$$f_{e^-} = \frac{1}{e^{((p\nu) - \mu)/T} + 1}, \quad f_{e^+} = \frac{1}{e^{((p\nu) + \mu)/T} + 1}, \quad f'_{\nu} = \frac{1}{e^{((P'\nu) - \mu_{\nu})/T_{\nu}} + 1}. \quad (2.17)$$

Здесь введен 4-вектор скорости плазмы, v^α , $v^2 = 1$, который в ее системе покоя равен: $v^\alpha = (1, \mathbf{0})$, при этом функции распределения (2.17) в точности совпадают с функциями (2.11), (2.12). В системе $P_z = 0$ имеем: $v^\alpha = (v_0, 0, 0, v_z)$, $v_0 = 1/\sin \theta$, $v_z = -\cos \theta/\sin \theta$, где θ — угол между векторами импульса начального нейтрино и индукции магнитного поля в системе покоя плазмы.

Перейдем в формуле (2.15) к безразмерным цилиндрическим координатам в пространстве вектора импульса конечного нейтрино \mathbf{P}' :

$$\rho = \sqrt{P_x'^2 + P_y'^2}/E_\perp, \quad \text{tg } \phi = P_y'/P_x', \quad \zeta = P_z'/E_\perp.$$

Здесь E_\perp есть энергия начального нейтрино в системе $P_z = 0$, которая связана с его энергией E в системе покоя плазмы соотношением $E_\perp = E \sin \theta$. В переменных ρ, ζ выражение (2.15) переписется в виде

$$\begin{aligned} EW = & \frac{G_F^2 m^2 e B E_\perp^2}{4\pi^3} \int_0^{1-\lambda} d\rho \rho \int_{-\zeta_m}^{\zeta_m} \frac{d\zeta}{\beta \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} (1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \rho^2)^2} \times \\ & \times \left\{ (C_V^2 + C_A^2) \left[(1 + \rho^2) \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} - 2\rho^2 \right] - 2C_V C_A (1 - \rho^2) \zeta \right\} \times \\ & \times \frac{1}{1 + e^{-(P'v)/T - \eta_\nu}} \left(\frac{1}{1 + e^{-(pv)/T + \eta}} \frac{1}{1 + e^{-(p'v)/T - \eta}} \Big|_{\sigma=+1} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{1 + e^{-(pv)/T + \eta}} \frac{1}{1 + e^{-(p'v)/T - \eta}} \Big|_{\sigma=-1} \right), \end{aligned} \quad (2.18)$$

где

$$\begin{aligned} (pv) &= \frac{E_\perp}{2 \sin \theta} \left[\left(1 - \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \right) (1 + \sigma \beta \cos \theta) - \zeta (\cos \theta + \sigma \beta) \right], \\ (p'v) &= \frac{E_\perp}{2 \sin \theta} \left[\left(1 - \sqrt{\rho^2 + \zeta^2} \right) (1 - \sigma \beta \cos \theta) - \zeta (\cos \theta - \sigma \beta) \right], \\ (P'v) &= \frac{E_\perp}{\sin \theta} \left(\sqrt{\rho^2 + \zeta^2} + \zeta \cos \theta \right), \end{aligned}$$

кроме того, введены обозначения $\eta = \mu/T$, $\eta_\nu = \mu_\nu/T_\nu$,

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{q_{\parallel}^2}} = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\left(1 - 2\sqrt{\rho^2 + \zeta^2 + \rho^2}\right)^2}},$$

$$\lambda = \frac{2m}{E_{\perp}}, \quad \zeta_m = \frac{1}{2}\sqrt{(1 + \rho^2 - \lambda^2)^2 - 4\rho^2}.$$

Переходя в выражении (2.18) к новым переменным интегрирования β и $x = E_{\perp}(1 - \rho^2)/4T \sin \theta$ и выделяя лидирующий вклад $\sim E_{\perp}^2/m^2$, преобразуем вероятность к виду

$$\begin{aligned} EW = & \frac{G_F^2 e B E_{\perp}^2 T^2 \sin^2 \theta}{2\pi^3} \int_0^{\epsilon\tau/4} x dx \int_0^1 d\beta \left\{ \frac{(C_V + C_A)^2}{1 + e^{-\epsilon + 2x(1+u)/\tau + \eta_\nu}} \times \right. \\ & \times \left[f(\beta, u, \eta) f(-\beta, u, -\eta) + f(\beta, u, -\eta) f(-\beta, u, \eta) \right] + \\ & + \frac{(C_V - C_A)^2}{1 + e^{-\epsilon + 2x(1-u)/\tau + \eta_\nu}} \left[f(\beta, -u, \eta) f(-\beta, -u, -\eta) + \right. \\ & \left. \left. + f(\beta, -u, -\eta) f(-\beta, -u, \eta) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где обозначено $\epsilon = E_{\perp}/(T_\nu \sin \theta)$, $u = \cos \theta$, $\tau = T_\nu/T$,

$$f(\beta, u, \eta) = \frac{1}{1 + e^{-x(1+\beta)(1+u)+\eta}}.$$

Интегрируя (2.19) по переменной β , с использованием соотношения

$$\begin{aligned} & \int_0^1 d\beta f(\beta, u, \eta) f(-\beta, u, -\eta) = \\ & = \frac{1}{a(1 - e^{-2a})} \ln \left(\frac{1 + e^{-2a+\eta}}{1 + e^\eta} \frac{1 + e^{a+\eta}}{1 + e^{-a+\eta}} \right), \end{aligned} \quad (2.20)$$

где $a = x(1 + u)$, и переходя в систему покоя плазмы, окончательно находим

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (C_V + C_A)^2 (1-u)^2 \times \right. \\
 &\times \int_0^{\epsilon \tau^{\frac{1+u}{2}}} \frac{d\xi}{(1-e^{-\xi})(1+e^{-\epsilon+\xi/\tau+\eta_\nu})} \ln \frac{\text{ch}\xi + \text{ch}\eta}{1 + \text{ch}\eta} + \\
 &\left. + (C_A \rightarrow -C_A; u \rightarrow -u) \right\}, \tag{2.21}
 \end{aligned}$$

где $\epsilon = E/T_\nu$. Зависимость вероятности (2.21) от концентрации электрон - позитронного газа $n = n_{e^-} - n_{e^+}$ определяется через его химический потенциал, см. (2.4). Отметим, что формула для вероятности (2.21) справедлива для случаев как горячей ($\mu \ll T$), так и холодной ($\mu \gg T$) плазмы. В случае разреженного электрон - позитронного и нейтринного газа ($T, \mu, T_\nu, \mu_\nu \rightarrow 0$) формула (2.21) воспроизводит результат (1.16) для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в пределе сильного магнитного поля $eB \gg E^2 \sin^2 \theta$ без плазмы.

В отсутствие нейтринного газа ($T_\nu, \mu_\nu \rightarrow 0$), для горячей электрон - позитронной плазмы ($T \rightarrow \infty$) вероятность (2.21) становится равной $\frac{1}{4}$ от чисто полевой вероятности (1.16), как указывалось в разделе 3.2 главы I, поскольку статистические факторы для электрона и позитрона в этом пределе становятся равными 1/2.

4 Полная вероятность взаимодействия нейтрино с замагниченной электрон - позитронной плазмой

Для корректного анализа процесса распространения нейтрино в горячей плотной плазме в присутствии сильного магнитного поля необходимо рассмотреть полный набор нейтрино – электронных процессов. А именно, кроме реакций рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, идущих и в отсутствие поля,

и процесса рождения пар $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, возможного только в магнитном поле, следует учесть “экзотический” процесс, когда нейтрино захватывает из плазмы электрон - позитронную пару: $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$. Этот процесс разрешен только при одновременном наличии и магнитного поля, и плазмы. При этом физический смысл имеет только вероятность процесса, просуммированная по всем начальным состояниям электронов и позитронов плазмы. Аналогично определяется вероятность каналов рассеяния $\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp$, как сумма по начальным состояниям e^- или e^+ . Полная вероятность взаимодействия нейтрино с электрон - позитронной плазмой в магнитном поле складывается из вероятностей перечисленных процессов.

Таким образом, вероятности процессов рассеяния следует определять в виде

$$W(\nu e^\mp \rightarrow \nu e^\mp) = \frac{1}{T} \int |S|^2 d\Gamma_{e^\mp} f_{e^\mp} d\Gamma'_{e^\mp} (1 - f'_{e^\mp}) d\Gamma'_\nu (1 - f'_\nu). \quad (2.22)$$

Аналогично для процесса захвата пары

$$W(\nu e^- e^+ \rightarrow \nu) = \frac{1}{T} \int |S|^2 d\Gamma_{e^-} f_{e^-} d\Gamma_{e^+} f_{e^+} d\Gamma'_\nu (1 - f'_\nu). \quad (2.23)$$

Как видно из рис. 6, процессам рассеяния и захвата пары соответствуют неограниченные кинематические области, поскольку начальные электроны и позитроны формально могут иметь любую энергию. Сходимость интегралов обеспечивается функциями распределения.

Интегрирование выражений (2.22), (2.23) выполняется по той же схеме, что изложена выше для процесса рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$. Важным моментом при интегрировании будет то, что величина энергии, передаваемой от нейтрино активной среде, $q_0 = E - E'$, не является положительно определенной. Для вероятности (в единицу времени) рассеяния

нейтрино на электронах замагниченной плазмы получаем

$$\begin{aligned}
 W(\nu e^- \rightarrow \nu e^-) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \times \\
 &\times \left\{ (C_V + C_A)^2 (1-u)^2 \int_0^{\epsilon\tau \frac{1+u}{2}} \frac{d\xi}{(1-e^{-\xi})(1+e^{-\epsilon+\xi/\tau+\eta_\nu})} \ln \frac{1+e^\eta}{1+e^{-\xi+\eta}} + \right. \\
 &+ (C_V - C_A)^2 (1+u)^2 \int_0^{\epsilon\tau \frac{1-u}{2}} \frac{d\xi}{(1-e^{-\xi})(1+e^{-\epsilon+\xi/\tau+\eta_\nu})} \ln \frac{1+e^\eta}{1+e^{-\xi+\eta}} + \\
 &+ [(C_V + C_A)^2 (1-u)^2 + (C_V - C_A)^2 (1+u)^2] \times \\
 &\left. \times \int_0^\infty \frac{d\xi}{(e^\xi - 1)(1+e^{-\epsilon-\xi/\tau+\eta_\nu})} \ln \frac{1+e^\eta}{1+e^{-\xi+\eta}} \right\}. \tag{2.24}
 \end{aligned}$$

С учетом функций распределения (2.17) вероятность рассеяния на позитронах получается из (2.24) заменой $\eta \rightarrow -\eta$. Для канала захвата пары имеем

$$\begin{aligned}
 W(\nu e^- e^+ \rightarrow \nu) &= \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} [(C_V + C_A)^2 (1-u)^2 + \\
 &+ (C_V - C_A)^2 (1+u)^2] \int_0^\infty \frac{d\xi}{(e^\xi - 1)(1+e^{-\epsilon-\xi/\tau+\eta_\nu})} \ln \frac{\text{ch}\xi + \text{ch}\eta}{1 + \text{ch}\eta}. \tag{2.25}
 \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, физический смысл имеет только полная вероятность взаимодействия нейтрино с электрон - позитронной плазмой:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu) &= W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) + W(\nu e^- e^+ \rightarrow \nu) + \\
 &+ W(\nu e^- \rightarrow \nu e^-) + W(\nu e^+ \rightarrow \nu e^+). \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

Как оказалось, эта величина имеет существенно более простой вид:

$$W(\nu \rightarrow \nu) = \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (C_V + C_A)^2 (1-u)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[F_1 \left(\frac{\epsilon\tau(1+u)}{2} \right) - F_1(-\infty) \right] + (C_A \rightarrow -C_A; u \rightarrow -u) \right\}, \quad (2.27)$$

где $F_1(z)$ есть одна из семейства функций вида

$$F_k(z) = \int_0^z \frac{\xi^k d\xi}{(1 - e^{-\xi})(1 + e^{-\epsilon + \eta_\nu + \xi/\tau})}. \quad (2.28)$$

Что примечательно, в суммарной вероятности сократилась зависимость от химического потенциала электрон - позитронного газа μ , которая присутствовала в вероятностях отдельных процессов. На первый взгляд, этот результат выглядит необычным. Действительно, химический потенциал сильно замагниченной плазмы, согласно (2.4), пропорционален ее концентрации, от которой вероятность взаимодействия нейтрино с плазмой оказывается не зависящей. Возвращаясь к отдельным каналам, видим, что для процесса рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ рост концентрации плазмы должен приводить к уменьшению вероятности, поскольку уменьшается число свободных энергетических уровней для электронов и позитронов. В процессе захвата пары $\nu e^- e^+ \rightarrow \nu$ вероятность, соответственно, растет с концентрацией. Для каналов рассеяния важны оба эти механизма. Однако обнаруженный нами эффект точной компенсации этих механизмов в суммарной вероятности, по-видимому, нельзя было предсказать заранее, без проведения конкретного вычисления.

В случае редкого нейтринного газа вероятность (2.27) выражается через дилогарифм $\text{Li}_2(x)$:

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu) = & \frac{G_F^2 e B T^2 E}{4\pi^3} \left\{ (C_V^2 + C_A^2) \frac{E^2 \sin^4 \theta}{4T^2} + \right. \\
 & + (C_V + C_A)^2 (1 - \cos \theta)^2 \text{Li}_2\left(1 - e^{-E(1+\cos\theta)/2T}\right) + \\
 & + (C_V - C_A)^2 (1 + \cos \theta)^2 \text{Li}_2\left(1 - e^{-E(1-\cos\theta)/2T}\right) + \\
 & \left. + \frac{\pi^2}{3} [(C_V^2 + C_A^2)(1 + \cos^2 \theta) - 4 C_V C_A \cos \theta] \right\}, \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

где $\text{Li}_n(x)$ – полилогарифм порядка n

$$\text{Li}_n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^n}. \quad (2.30)$$

Относительные вклады плазмы и магнитного поля в процесс взаимодействия нейтрино с активной средой проиллюстрированы на рис. 7, где представлено отношение вероятностей взаимодействия нейтрино с замагниченной плазмой и с чистым магнитным полем, $R_w = W_{B+pl}/W_B$, при значении угла $\theta = \pi/2$ в зависимости от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы. Видно, что при повышении температуры вероятность взаимодействия увеличивается.

Вероятность (2.27) определяет парциальный вклад рассматриваемых процессов в непрозрачность по отношению к распространению нейтрино в среде. Оценка длины свободного пробега, связанной с нейтрино - электронными процессами, дает

$$\lambda_e = \frac{1}{W} \simeq 170 \text{ км} \left(\frac{10^3 B_e}{B} \right) \left(\frac{5 \text{ МэВ}}{T} \right)^3. \quad (2.31)$$

Это следует сравнивать с длиной свободного пробега нейтрино за счет взаимодействия с нуклонами, которая при плотности $\rho \sim 10^{12} \text{ г/см}^3$ оказывается порядка 1 км. На первый взгляд, влияние нейтрино - электронных реакций на процесс распространения нейтрино пренебрежимо

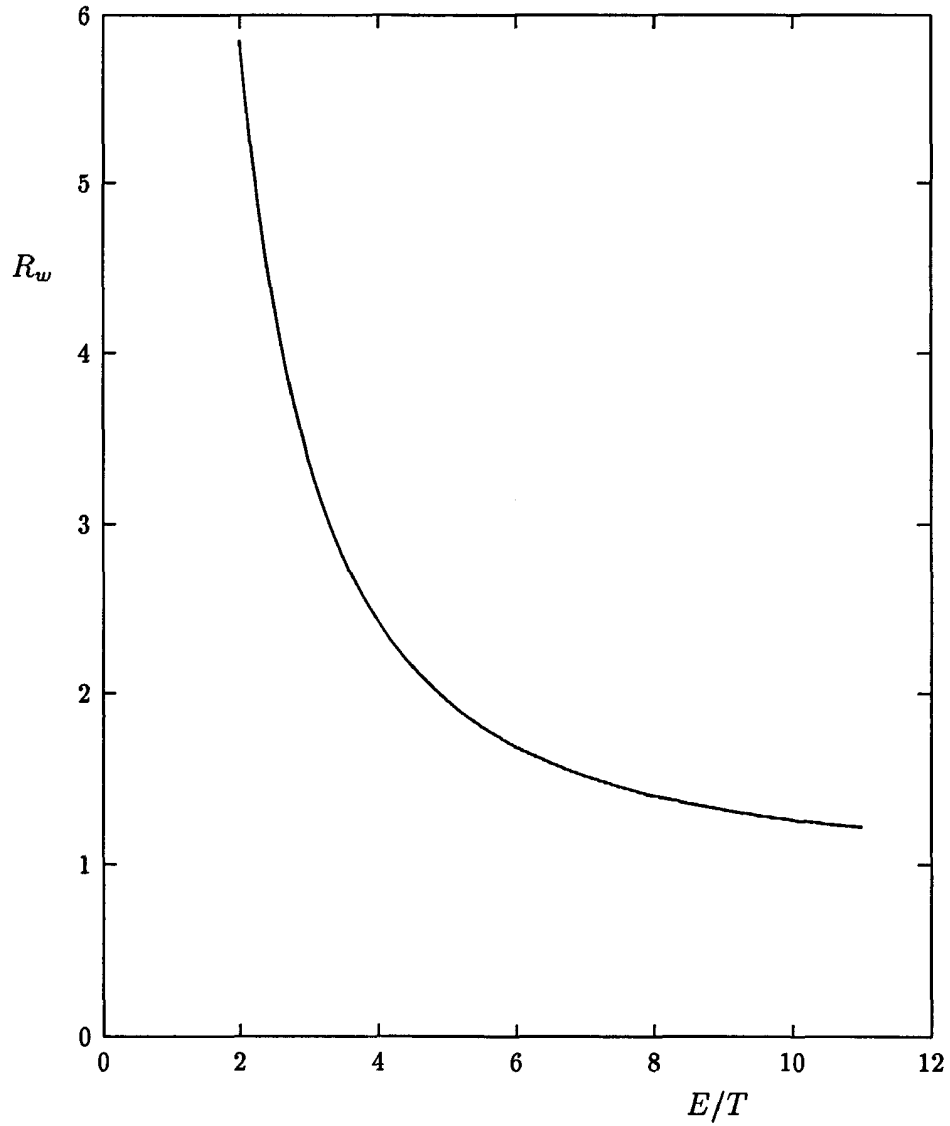


Рис. 7: Отношение вероятностей взаимодействия нейтрино с замагниченной плазмой и с чистым магнитным полем, $R_w = W_{B+pl}/W_B$, при $\theta = \pi/2$ в зависимости от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы.

мало. Однако длина пробега не исчерпывает нейтринной физики в среде. Существенными в астрофизических приложениях величинами являются также потери энергии и импульса нейтрино. Особенно важным является возникновение асимметрии потери импульса нейтрино, обусловленной влиянием внешнего магнитного поля. Попытки вычисления таких асимметрий за счет нейтрино - нуклонных процессов, связанные с проблемой больших собственных скоростей пульсаров, предпринимались неоднократно (см. [133] и цитированные там работы). Как мы покажем ниже, несмотря на относительную малость вероятностей нейтрино - электронных процессов их вклад в асимметрию может оказаться сравнимым с вкладами нейтрино - нуклонных процессов.

5 Средние потери энергии и импульса нейтрино

При исследовании указанных нейтрино - электронных взаимодействий в магнитном поле и/или плазме [23–26, 44] анализ обычно ограничивался вычислением вероятностей и сечений процессов. Как уже отмечалось, практический интерес для астрофизики имеют не только вероятности процессов, но и средняя потеря энергии и импульса нейтрино в среде ¹, которая определяется 4-вектором

$$Q^\alpha = -E \left(\frac{dE}{dt}, \frac{dP}{dt} \right) = E \int q^\alpha dW, \quad (2.32)$$

где E и P - энергия и импульс начального нейтрино, q - разность импульсов начального и конечного нейтрино, $q = P - P'$, dW - полная дифференциальная вероятность всех процессов, перечисленных в (2.26). Нулевая компонента Q^0 связана со средней энергией, теряемой одним

¹Вообще говоря, нейтрино может как терять, так и подхватывать энергию и импульс, поэтому в дальнейшем мы будем понимать "потерю" энергии и импульса в алгебраическом смысле.

нейтрино за единицу времени, пространственные компоненты Q – с потерей импульса нейтрино за единицу времени.

Для случая чисто магнитного поля 4-вектор потерь Q^α вычислен в разделе 3.1 главы 1, где потери были обусловлены единственно возможным в отсутствие плазмы процессом – рождением пары при движении нейтрино в сильном магнитном поле, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$. В пределе сильного магнитного поля для нулевой и z -компонент вектора Q^α было получено

$$Q_{0,z}^{(B)} = \frac{G_F^2 e B E^5 \sin^4 \theta}{48\pi^3} \times \quad (2.33)$$

$$\times \{C_V^2 + C_A^2 + 2C_V C_A \cos \theta, (C_V^2 + C_A^2) \cos \theta + 2C_V C_A\}.$$

Из выражения (2.33), в частности, видно, что даже при изотропном распределении импульсов нейтрино средняя потеря импульса будет отлична от нуля (пропорциональна $C_V C_A$), что обусловлено несохранением четности в слабом взаимодействии. Как показано в разделе 3.3 главы 1, в полях $\sim 10^3 B_e$ величина интегральной асимметрии вылета нейтрино, обусловленная компонентой Q_z и определяемая выражением $A = |\sum P| / \sum |P|$, могла бы только за счет процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ достигать масштаба $\sim 1\%$, который, как известно, требуется для объяснения наблюдаемых собственных скоростей пульсаров [32, 33].

В присутствии замагниченной плазмы наши вычисления дают следующий результат для тех же компонент 4-вектора потерь

$$Q_{0,z} = \frac{G_F^2 e B T^3 E^2}{4\pi^3} \left\{ (C_V + C_A)^2 (1 - u)^2 \times \right.$$

$$\times \left[F_2 \left(\frac{\epsilon \tau (1 + u)}{2} \right) - F_2(-\infty) \right] \pm (C_A \rightarrow -C_A; u \rightarrow -u) \left. \right\}, \quad (2.34)$$

где функция $F_2(z)$ определена в выражении (2.28), знаки “плюс” или “минус” соответствуют нулевой и z -компонентам. Наш результат для

4-вектора потерь, полученный для случая чисто магнитного поля (2.33), воспроизводится из формулы (2.34) в пределе разреженной плазмы ($T, T_\nu, \mu_\nu \rightarrow 0$).

Для иллюстрации соотношения вкладов плазмы и магнитного поля в 4-вектор средних потерь энергии и импульса нейтрино в активной среде рассмотрим более простую ситуацию редкого нейтринного газа и перепишем выражение (2.34) при значении угла $\theta = \pi/2$ в следующем виде

$$Q_{0,z}(\theta = \pi/2) = \frac{G_F^2 e B E^5}{48\pi^3} (C_V^2 + C_A^2, 2C_V C_A) \mathcal{F}\left(\frac{E}{T}\right), \quad (2.35)$$

где

$$\mathcal{F}(x) = 1 + \frac{6}{x} \ln(1 - e^{-x/2}) - \frac{24}{x^2} \text{Li}_2(e^{-x/2}) - \frac{48}{x^3} \text{Li}_3(e^{-x/2}). \quad (2.36)$$

Из сравнения (2.35) с формулой (2.33) при $\theta = \pi/2$ видно, что функция $\mathcal{F}(E/T)$ представляет собой отношение компонент вектора потерь в замагниченной плазме и в чисто магнитном поле. На рис. 8 приведен график функции $\mathcal{F}(E/T)$. Видно, что при $E = E_0 \simeq 3.4 T$ существует своеобразное “окно прозрачности”, когда нейтрино не обменивается энергией и импульсом с замагниченной плазмой. Отрицательные значения функции $\mathcal{F}(E/T)$ при меньших энергиях означают, что нейтрино захватывают энергию из плазмы и получают от нее импульс против направления магнитного поля. При энергиях, больших E_0 , нейтрино передает плазме энергию, а также импульс в направлении поля. Это может иметь весьма интересные астрофизические следствия.

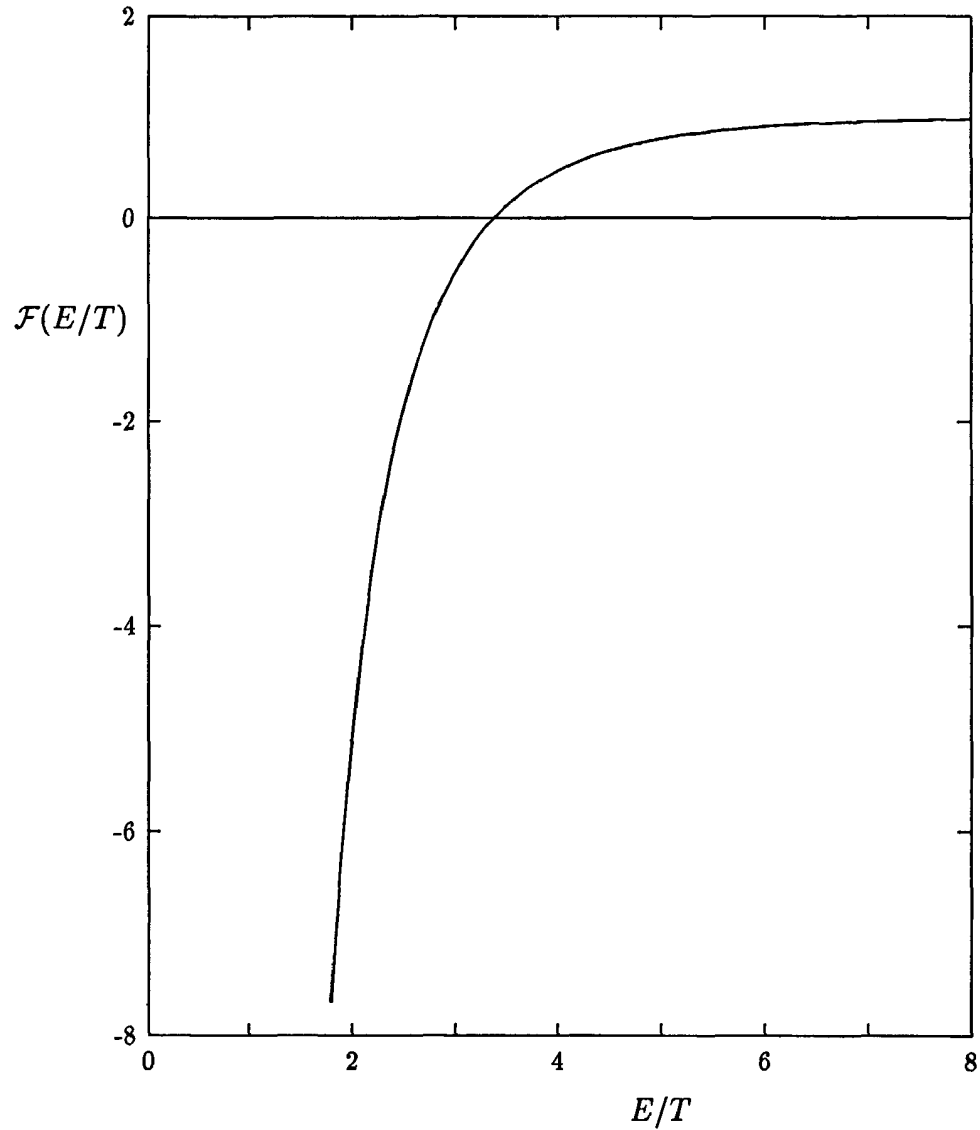


Рис. 8: Функция $\mathcal{F}(E/T)$, определяющая зависимость компонент 4-вектора потерь энергии и импульса нейтрино в замагниченной плазме от отношения энергии нейтрино к температуре плазмы, введенная в (2.35).

6 Интегральное действие нейтрино на замагниченную плазму

В качестве иллюстрации применения полученных нами результатов к астрофизическим условиям оценим объемную плотность энергии, теряемой нейтрино за единицу времени, $\dot{\mathcal{E}}$, и компоненту \mathcal{F}_z (вдоль поля) объемной плотности силы, действующей на плазму со стороны нейтрино

$$(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z) = \int dn_\nu \frac{1}{E} Q_{0,z}, \quad (2.37)$$

где dn_ν - плотность начальных нейтрино.

$$dn_\nu = \frac{d^3P}{(2\pi)^3} \frac{\Phi(\vartheta, R)}{e^{\frac{E-\mu\nu}{T_\nu}} + 1}. \quad (2.38)$$

Здесь в функции $\Phi(\vartheta, R)$ учтено угловое распределение начальных нейтрино, $\vartheta = \cos \alpha$, α - угол между импульсом нейтрино и радиальным направлением в звезде, R - расстояние до центра звезды. Одновременно аналогичная функция $\Phi(\vartheta', R)$ должна быть введена в статистическом факторе $(1 - f'_\nu)$ при интегрировании по импульсам конечного нейтрино. В оболочке сверхновой угловое распределение нейтрино близко к изотропному [132], поэтому в разложении функции Φ по величине ϑ достаточно ограничиться младшими полиномами Лежандра $P_l(\vartheta)$, и она может быть однозначно выражена через средние значения $\langle \vartheta \rangle$ и $\langle \vartheta^2 \rangle$ (которые зависят от R) следующим образом

$$\Phi(\vartheta, R) \simeq 1 + 3 \langle P_1(\vartheta) \rangle P_1(\vartheta) + 5 \langle P_2(\vartheta) \rangle P_2(\vartheta). \quad (2.39)$$

Нейтрино, вылетая из центральной области звезды с высокой температурой, попадают в периферийную область, где генерируется сильное магнитное поле, и где температура электрон - позитронного газа более

низкая. При этом спектральные температуры для разных типов нейтрино различны, см. например [122, 123, 132],

$$T_{\nu_e} \simeq 4 \text{ МэВ}, \quad T_{\bar{\nu}_e} \simeq 5 \text{ МэВ}, \quad T_{\nu_{\mu,\tau}} \simeq T_{\bar{\nu}_{\mu,\tau}} \simeq 8 \text{ МэВ}. \quad (2.40)$$

Действие нейтрино на плазму ведет к установлению теплового равновесия, $\dot{\mathcal{E}}_{tot} = 0$. При анализе этого равновесия следует учитывать вклады в величину $\dot{\mathcal{E}}_{tot}$ всех процессов взаимодействия нейтрино со средой. Как уже отмечалось, вероятность β – процессов $\nu_e + n \leftrightarrow e^- + p$ существенно выше, чем для нейтрино – электронных процессов, поэтому они доминируют в энергетическом балансе. Энергия, передаваемая за единицу времени единице объема плазмы за счет этих процессов, в которых участвуют только электронные нейтрино, может быть представлена в виде: $\dot{\mathcal{E}}(\beta) \simeq \mathcal{B}(T_{\nu_e} - T)/T$. Отсюда следует, что за счет нейтринного прогрева температура плазмы должна устанавливаться очень близко к спектральной температуре электронных нейтрино ($T \simeq T_{\nu_e}$). Однако вклад в $\dot{\mathcal{E}}$ остальных типов нейтрино, спектральные температуры которых превышают T_{ν_e} , приводит к тому, что температура плазмы оказывается несколько выше ($T \gtrsim T_{\nu_e}$). В связи с этим имеет смысл отдельно оценить вклады в величины $(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)$ от нейтрино – электронных процессов с участием ν_e и со всеми остальными нейтрино и антинейтрино.

Подчеркнем, что возникновение плотности силы \mathcal{F}_z в выражении (2.37) обусловлено интерференцией векторной и аксиально-векторной связей в эффективном лагранжиане (1.1) и является макроскопическим проявлением несохранения четности в слабых взаимодействиях. На первый взгляд, основной вклад в величину \mathcal{F}_z должны давать электронные нейтрино, поскольку $C_V(\nu_e) \gg C_V(\nu_{\mu,\tau})$. Однако, как будет показано ниже, основные вклады происходят именно от мюонных и тауонных нейтрино и

антинейтрино (в силу сохранения CP - четности нейтрино и антинейтрино толкают плазму в одну и ту же сторону). Это обусловлено тем, что в окрестности ν_e - нейтриносферы спектральные температуры остальных типов нейтрино существенно отклоняются от температуры плазмы $T \simeq T_{\nu_e}$.

а) Процессы с участием электронных нейтрино

Для объемной плотности нейтринных потерь энергии и плотности силы (2.37) мы получили следующее выражение

$$\begin{aligned}
 (\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)_{\nu_e} = & \frac{G_F^2 e B T^7}{3\pi^5} (C_V^2 + C_A^2, 2C_V C_A) \times \\
 & \times \left\{ (\tau_e - 1) \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \int_0^\infty \frac{y^3 dy}{(1 + e^{-x-y+\eta_\nu})(1 + e^{y-\eta_\nu})} + \right. \\
 & \left. + \frac{27}{8} \left(\langle \vartheta^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \int_0^\infty \frac{y^3 (3y - x) dy}{(x + y)^2 (1 + e^{y-\eta_\nu})} \right\}. \quad (2.41)
 \end{aligned}$$

где $\tau_e = T_{\nu_e}/T$. Эта формула выписана в предположении малого отклонения от теплового равновесия между нейтринным газом и электрон - позитронной плазмой, $(\tau_e - 1) \ll 1$, и, следовательно, сравнительно небольшой асимметрии нейтринного распределения, $(\langle \vartheta^2 \rangle - 1/3) \ll 1$.

Численная оценка дает

$$\begin{aligned}
 (\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F}_z)_{\nu_e} \simeq & \left(2.0 \cdot 10^{30} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}, 0.57 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3} \right) \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{МэВ}} \right)^7 \times \\
 & \times e^{\eta_\nu} \left[(\tau_e - 1) + 0.53 \left(\langle \vartheta^2 \rangle - \frac{1}{3} \right) \right]. \quad (2.42)
 \end{aligned}$$

б) Процессы с участием $\bar{\nu}_e$, $\nu_{\mu,\tau}$, $\bar{\nu}_{\mu,\tau}$

В этом случае величину $(T_\nu/T - 1)$ уже нельзя считать малым параметром, в то же время относительный вклад асимметрии нейтринного распределения невелик [132], и им можно пренебречь.

Для численной оценки удобно представить величины $\dot{\mathcal{E}}$ и \mathcal{F}_z (2.37) в следующей форме

$$(\dot{\mathcal{E}}, \mathcal{F})_{\nu_i} \simeq \mathcal{A} (C_V^2 + C_A^2, 2C_V C_A) \varphi(\eta_i) \psi(\tau_i), \quad (2.43)$$

где

$$\mathcal{A} = \frac{12G_F^2 e B T^7}{\pi^5} = \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{ МэВ}} \right)^7 \times \begin{cases} 1.6 \cdot 10^{30} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}, \\ 0.55 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3}, \end{cases} \quad (2.44)$$

$$\varphi(\eta_i) = \frac{\eta_i^4}{24} + \frac{\pi^2 \eta_i^2}{12} + \frac{7\pi^4}{360} + \text{Li}_4(-e^{-\eta_i}), \quad \varphi(0) = \frac{7\pi^4}{720} \simeq 0.947, \quad (2.45)$$

$$\psi(\tau_i) = \frac{\tau_i^7}{6} \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{e^{\tau_i y} - 1} [e^{(\tau_i - 1)y} - 1], \quad \psi(\tau_i)|_{\tau_i \rightarrow 1} \simeq \tau_i - 1. \quad (2.46)$$

Формулы (2.41) - (2.46) демонстрируют, в частности, что воздействие каждой отдельной нейтринной фракции на электрон - позитронную плазму обращается в ноль в случае термодинамического равновесия между данной фракцией и плазмой, $\tau_i = 1$, $\langle \vartheta \rangle = 0$, $\langle \vartheta^2 \rangle = 1/3$.

Покажем, что главный вклад в воздействие нейтрино на плазму обусловлен, как уже отмечалось, мюонными и тауонными нейтрино и антинейтрино. Действительно, функция $\psi(\tau_i)$ (2.46) быстро растет с увеличением отклонения спектральной температуры нейтрино от температуры плазмы. Например, при температурах (2.40) имеем для электронных антинейтрино $\psi(1.25) \simeq 0.824$, для мюонных и тауонных нейтрино и антинейтрино $\psi(2) \simeq 38.47$. Именно это обстоятельство приводит к компенсации малости константы $C_V(\nu_{\mu, \tau})$ и делает вклад $\nu_{\mu, \tau}$, $\bar{\nu}_{\mu, \tau}$ не только сравнимым с вкладом электронных нейтрино и антинейтрино, но даже доминирующим.

Как отмечалось выше, вклад нейтрино - электронных процессов в энергетическое воздействие нейтрино на плазму мал по сравнению со вкладом β - процессов и приводит к небольшому отклонению от равновесия между электронными нейтрино и плазмой, так что суммарный вклад β - процессов и всех νe - процессов в величину $\dot{\mathcal{E}}$ оказывается равным нулю.

Что касается силового воздействия нейтрино на плазму вдоль магнитного поля, описываемого величиной \mathcal{F}_z в формулах (2.41) - (2.46), для суммарного вклада всех сортов нейтрино находим

$$\mathcal{F}_z \simeq 3.6 \cdot 10^{20} \frac{\text{дн}}{\text{см}^3} \cdot \left(\frac{B}{10^{16} \text{Гс}} \right) \left(\frac{T}{4 \text{ МэВ}} \right)^7. \quad (2.47)$$

Здесь мы для оценки положили химические потенциалы нейтрино равными нулю [122, 123]. Напомним, что величина (2.47) оказалась не зависящей от химического потенциала электрон - позитронной плазмы.

Плотность силы (2.47) следует сравнить с недавним результатом для аналогичной силы, обусловленной β - процессами [134]. При тех же физических условиях полученная нами величина силы за счет нейтрино - электронных процессов оказывается того же порядка, и, что особенно важно, того же знака, что и результат [134]. Таким образом, роль нейтрино - электронных процессов в интенсивном магнитном поле может оказаться существенной, наряду со вкладом β - процессов.

Отметим, что плотность силы (2.47) на 5 порядков меньше плотности гравитационной силы и поэтому практически не влияет на радиальную динамику оболочки сверхновой. Однако в случае, когда в оболочке генерируется тороидальное магнитное поле [6, 7], сила (2.47), направленная вдоль поля, способна достаточно быстро, за времена порядка секунды ²,

²Известно, что стадия остывания оболочки сверхновой, так называемая стадия Кельвина - Гель-

привести к существенному перераспределению касательных скоростей плазмы. При этом в двух тороидах, в которых магнитное поле имеет противоположные направления, касательное нейтринное ускорение плазмы будет иметь разный знак по отношению к вращательному движению плазмы. Этот эффект, в свою очередь, может привести к существенному перераспределению силовых линий магнитного поля, концентрируя их преимущественно в одном из тороидов. Это приводит к значительной асимметрии энергии магнитного поля в двух полушариях и может быть причиной асимметричного взрыва сверхновой [135, 136], что могло бы служить объяснением феномена больших собственных скоростей пульсаров [32, 33]. По нашему мнению, представляет интерес моделирование механизма генерации тороидального магнитного поля с учетом силового нейтринного воздействия на плазму как через нейтрино - нуклонные, так и нейтрино - электронные процессы.

Как нам известно, в существующих системах численного моделирования астрофизических катаклизмов, таких, как взрывы сверхновых и слияния нейтронных звезд, где, в принципе, могут реализоваться рассматриваемые физические условия, исследуемые нами эффекты нейтрино - электронных взаимодействий не учитывались. Вместе с тем, при детальном анализе указанных астрофизических процессов учет влияния такой активной среды, как замагниченная e^-e^+ - плазма, на квантовые процессы с участием нейтрино может оказаться существенным.

Исследования, результаты которых изложены в настоящей главе, получили свое продолжение в работах Н.В. Михеева и Е.Н. Нарынской [137, 138], где в рамках стандартной модели проанализированы нейтрино

мгольца, длится около 10 с.

- электронные процессы в более плотной сильно вырожденной замагниченной плазме, когда электроны оккупируют высшие уровни Ландау. Были вычислены полная вероятность взаимодействия нейтрино с плазмой и средние потери энергии и импульса нейтрино, и показано, что нейтринное рассеяние на возбужденных электронах с сохранением номера уровня Ландау доминирует, если выполняется условие $\mu^2 > eV \gg \mu T$, но не дает вклада в нейтринную силу, действующую на плазму вдоль направления магнитного поля. Таким образом, было продемонстрировано, что нейтринная сила (2.47), действующая на плазму, которая вычислялась в предположении сильно замагниченной плазмы (где электроны занимают только основной уровень Ландау), имеет в действительности более широкую область применимости.

Глава III

Комптоноподобное взаимодействие нейтрино с фотонами $\gamma\nu \rightarrow \gamma\nu$

1 Амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в вакууме

1.1 Стандартное слабое взаимодействие

По-видимому, историю исследований процессов рождения нейтринных пар нужно отсчитывать от статьи Б. Понтекорво [139], указавшего на их возможную роль в астрофизике. Процесс превращения фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино описывается двумя диаграммами Фейнмана с виртуальным фермионом в петле и с перестановкой фотонов, рис. 9. Здесь большой кружок изображает эффективное слабое взаимодействие

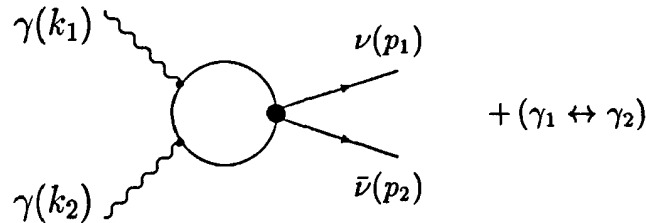


Рис. 9: Диаграмма Фейнмана для процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$.

фермиона с нейтрино, см. рис. 2, с. 25.

С учетом градиентной инвариантности электромагнитного взаимодействия амплитуду процесса можно записать в следующем самом общем виде

$$M = \frac{\alpha}{\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu}_l(p_1) T_{\alpha\beta\mu\nu} \nu_l(-p_2)] f_1^{\alpha\beta} f_2^{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

где индекс l определяет аромат нейтрино, $l = e, \mu, \tau$ ¹, $f^{\alpha\beta} = k^\alpha \epsilon^\beta - k^\beta \epsilon^\alpha$

¹Выражение (3.1) легко обобщается на случай лептонного смешивания.

– тензор электромагнитного поля фотона в импульсном пространстве. Тензор $T_{\alpha\beta\mu\nu}$, который является дираковской матрицей, должен быть построен из имеющихся ковариантов и имеет размерность обратной массы.

Видимо, самое первое правильное заключение об этой амплитуде было сделано в работе [63], это теорема Гелл-Манна: в случае безмассовых нейтрино, реальных фотонов, и в локальном пределе стандартного слабого взаимодействия амплитуда строго равна нулю. Качественно это можно увидеть из следующего рассуждения: в системе центра инерции левое нейтрино и правое антинейтрино уносят полный угловой момент, равный единице. Однако, как впервые было показано Ландау [140], система из двух фотонов не может находиться в состоянии с таким угловым моментом (так называемая теорема Янга [141]). На языке тензорного анализа это означает, что с учетом киральности безмассовых нейтрино и бозе-симметрии в задаче нет ковариантов для построения тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$.

При любом отклонении от условий теоремы Гелл-Манна возникает ненулевая амплитуда (3.1). В случае массивных нейтрино процесс становится разрешенным [64,65] благодаря изменению киральности нейтрино, при этом амплитуда пропорциональна массе нейтрино. Чтобы проиллюстрировать лоренцевскую структуру, приведем здесь выражение для тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$ в случае низких энергий фотонов ($\omega \ll m_e$), когда максимальный вклад в амплитуду дает электронная петля:

$$T_{\alpha\beta\mu\nu} = -\frac{i}{12} \left(\delta_{le} - \frac{1}{2} \right) \frac{m_{\nu l}}{m_e^2} \gamma_5 \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}. \quad (3.2)$$

При учете нелокальности слабого взаимодействия через W - бозон импульсы нейтрино и антинейтрино могут входить в амплитуду по отдельности, а не только в виде суммы, при этом возникает следующая струк-

тура [66–68]

$$T_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{8i}{3} \left(\ln \frac{m_W^2}{m_e^2} + \frac{3}{4} \right) \frac{1}{m_W^2} \times \\ \times [\gamma_\alpha g_{\beta\mu}(p_1 - p_2)_\nu + \gamma_\mu g_{\nu\alpha}(p_1 - p_2)_\beta] (1 + \gamma_5). \quad (3.3)$$

Видно, что в обоих случаях амплитуда имеет сильное подавление, за счет либо малой массы нейтрино в числителе, либо большой массы W - бозона в знаменателе.

1.2 Модель с нарушенной лево-правой симметрией

Еще одно отклонение от условий теоремы Гелл-Манна, при котором процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ также возможен, реализуется, когда в эффективном лагранжиане нейтрино - лептонного взаимодействия нейтрино меняет киральность. При записи лагранжиана в форме нейтральных токов к этому приводит связь скалярных и псевдоскалярных токов. Такой случай, рассматривавшийся в работе [73], имеет место в модели с нарушенной лево-правой симметрией и со смешиванием векторных бозонов, взаимодействующих с левыми и правыми заряженными слабыми токами [142]. В этой модели лагранжиан $\nu e W$ - взаимодействия может быть представлен в виде

$$\mathcal{L} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ [\bar{e}\gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e] (W_1^\alpha \cos \zeta + W_2^\alpha \sin \zeta) + \right. \\ \left. + [\bar{e}\gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_e] (-W_1^\alpha \sin \zeta + W_2^\alpha \cos \zeta) + h.c. \right\}, \quad (3.4)$$

где $W_{1,2}$ – заряженные векторные W -бозоны с определенной массой, ζ – угол смешивания. Существующие ограничения на параметры данной модели получены в низкоэнергетических экспериментах на ускорителях

и имеют вид [118]

$$M_{W_2} > 715 \text{ ГэВ}, \quad \zeta < 0.013. \quad (3.5)$$

Благодаря малости угла смешивания состояние W_2 практически совпадает с правым бозоном W_R .

Существует также более жесткое ограничение на параметры модели, полученное из астрофизических данных, а именно, из анализа нейтринных событий от сверхновой SN1987A. В комбинации с ускорительными данными получено [143]

$$M_{W_R} > 23 \text{ ТэВ}, \quad \zeta < 10^{-5}. \quad (3.6)$$

Для реализации процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ важна та часть эффективного лагранжиана $\nu\nu ee$ – взаимодействия, за счет которой рождающееся нейтрино или антинейтрино будет иметь “нестандартную” киральность. Это возможно именно благодаря смешиванию бозонов, когда в эффективном лагранжиане перемножаются левый и правый токи из (3.4). С учетом малости угла смешивания и отношения масс M_{W_1}/M_{W_2} , можно записать лагранжиан $\nu\nu ee$ – взаимодействия в виде

$$\mathcal{L}_{eff} \simeq -4 \zeta \frac{G_F}{\sqrt{2}} [(\bar{e}e) (\bar{\nu}_e\nu_e) - (\bar{e}\gamma_5 e) (\bar{\nu}_e\gamma_5\nu_e)]. \quad (3.7)$$

При этом существуют два новых по сравнению со стандартной моделью канала превращения фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино, а именно

$$\gamma\gamma \rightarrow (\nu_e)_L(\bar{\nu}_e)_L, \quad \gamma\gamma \rightarrow (\nu_e)_R(\bar{\nu}_e)_R. \quad (3.8)$$

Здесь $(\nu_e)_R$ и $(\bar{\nu}_e)_L$ – состояния, “стерильные” относительно стандартного слабого взаимодействия. Полный спин нейтринных пар в (3.8) в системе центра инерции равен нулю, что открывает процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$.

Представляя амплитуду процесса с эффективным лагранжианом (3.7) в форме (3.1), мы получили для тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$ следующее выражение

$$T_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{4\zeta m_e}{(k_1 k_2)} \left\{ \left[1 + \frac{1}{2} (1 - 4\tau) I(\tau) \right] g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} - \frac{i}{4} I(\tau) \gamma_5 \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \right\}, \quad (3.9)$$

где

$$\tau = \frac{m_e^2}{2(k_1 k_2)}, \quad I(\tau) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{\tau - xy - i0}. \quad (3.10)$$

Отметим, что наш результат (3.9), совпадая по структуре с тензором, который можно извлечь из работы [73], отличается от него числовыми коэффициентами.

Амплитуда процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в рассматриваемой модели также имеет подавление за счет малости угла смешивания ζ .

1.3 Случай виртуальных фотонов

Еще один случай появления ненулевой амплитуды реализуется, если один из фотонов [69] или оба фотона [70] находятся вне массовой поверхности. При этом $k_\mu f^{\mu\nu} \neq 0$, и импульсы фотонов могут участвовать в построении тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$.

Вычислим общую амплитуду процесса $\nu\gamma^* \rightarrow \nu\gamma^*$ в стандартной модели электрослабого взаимодействия, охватывающую случаи виртуальных и реальных фотонов, наличия массы у нейтрино, а также с учетом возможного смешивания в лептонном секторе [71, 72].

Как показал анализ, в такой амплитуде факторизуется нейтринный $(V - A)$ -ток, и ее можно представить в следующем общем виде

$$M = \frac{\alpha}{\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\rho^{(\nu)} e_{1\alpha} e_{2\beta}^* L_{\alpha\beta\rho}(k_1, k_2), \quad (3.11)$$

где $j_\rho^{(\nu)} = \bar{\nu}_j(p_2)\gamma_\rho(1 + \gamma_5)\nu_i(p_1)$, индексы i и j (вообще говоря, $i \neq j$) нумеруют состояния нейтрино с определенными массами; $e_{1,2}$ – 4-векторы поляризации и $k_{1,2}$ – 4-импульсы фотонов. Как следует из вышесказанного, в тензор $L_{\alpha\beta\rho}$ могут входить только два независимых импульса k_1 и k_2 .

Рассмотрим более подробно вклад в амплитуду от обмена Z -бозоном. Для его получения необходимо произвести суммирование по всем фундаментальным заряженным фермионам f в петле, как лептонам, так и кваркам, при этом можно записать

$$L_{\alpha\beta\rho} = \sum_f T_{3f} Q_f^2 L_{\alpha\beta\rho}^{(f)}, \quad (3.12)$$

где Q_f есть электрический заряд фермиона в единицах элементарного заряда e , $Q_f = e_f/e$, T_{3f} – третья компонента слабого изоспина. Для вклада отдельного фермиона получаем следующее выражение

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta\rho}^{(f)} = & i\varepsilon_{\lambda\mu\beta\rho} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{a_f} \left\{ g_{\lambda\alpha} k_{1\mu} [k_1^2 x(1-2x) + k_2^2 y(1-2y) - \right. \\ & - 4(k_1 k_2) xy] + 2 g_{\lambda\alpha} k_{2\mu} k_1^2 x + \\ & \left. + 4 k_{1\lambda} k_{2\mu} x [k_{2\alpha} y - k_{1\alpha}(1-x)] \right\} + (k_1 \leftrightarrow -k_2, \alpha \leftrightarrow \beta), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где обозначено

$$a_f = m_f^2 + 2(k_1 k_2)xy - k_1^2 x(1-x) - k_2^2 y(1-y). \quad (3.14)$$

В формуле (3.13) отброшены слагаемые, не зависящие от массы фермиона, так как, благодаря известному соотношению $\sum_f T_{3f} Q_f^2 = 0$ (для каждого поколения) они не дают вклада в амплитуду. Выражение (3.13) можно преобразовать к виду, когда калибровочная инвариантность ам-

плитуды будет очевидна. Для этого введем тензор

$$f_{\mu\nu} = k_\mu e_\nu - k_\nu e_\mu, \quad (3.15)$$

пропорциональный фурье-образу тензора электромагнитного поля фотона, а также дуальный тензор

$$\tilde{f}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} f_{\alpha\beta}. \quad (3.16)$$

Вводя обозначение

$$R_\rho^{(f)} = e_{1\alpha} e_{2\beta}^* L_{\alpha\beta\rho}^{(f)}, \quad (3.17)$$

найдем для вектора $R_\rho^{(f)}$ с учетом (3.15), (3.16) выражение, представляющее амплитуду в явном калибровочно инвариантном виде

$$\begin{aligned} R_\rho^{(f)} = & 4i \left\{ \tilde{f}_{2\rho\mu} f_{1\mu\nu} \int_0^1 x dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{a_f} [k_{1\nu}(1-x) - k_{2\nu}y] + \right. \\ & \left. + \tilde{f}_{1\rho\mu} f_{2\mu\nu} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{y dy}{a_f} [k_{1\nu}x - k_{2\nu}(1-y)] \right\}. \quad (3.18) \end{aligned}$$

При переходе от (3.13) к (3.18) использовалось следующее тождество

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{a_f} [k_1^2 x(1-2x) - k_2^2 y(1-2y)] \equiv 0. \quad (3.19)$$

Расчет показывает, что вклад в амплитуду от диаграммы с виртуальным W -бозоном также выражается через вектор (3.18), где в качестве виртуального фермиона фигурирует заряженный лептон. Полная амплитуда процесса $\nu_i \gamma^* \rightarrow \nu_j \gamma^*$ может быть представлена в виде

$$\mathcal{M} = \frac{\alpha G_F}{\pi \sqrt{2}} j_\rho^{(\nu)} \left(\sum_l U_{il} U_{jl}^* R_\rho^{(l)} + \delta_{ij} \sum_f T_{3f} Q_f^2 R_\rho^{(f)} \right), \quad (3.20)$$

где U_{il} есть матрица смешивания в лептонном секторе, аналогичная матрице Кабиббо – Кобаяши – Маскава [144, 145], $l = e, \mu, \tau$. Амплитуда должна удовлетворять требованиям упомянутой теоремы Гелл-Манна [63], однако в выражении (3.18) это еще не очевидно. Воспользовавшись следующим соотношением для тензоров (3.15), (3.16)

$$\tilde{f}_{1\rho\mu} f_{2\mu\sigma} + \tilde{f}_{2\rho\mu} f_{1\mu\sigma} = \frac{1}{2} f_{1\mu\nu} \tilde{f}_{2\nu\mu} g_{\rho\sigma}, \quad (3.21)$$

запишем вектор $R_\rho^{(f)}$ в окончательном виде

$$R_\rho^{(f)} = -4i \left[\frac{1}{2} (f_1 \tilde{f}_2) (k_2 - k_1)_\rho A(m_f, k_1, k_2) - \right. \\ \left. - (\tilde{f}_2 f_1 k_1)_\rho B(m_f, k_1, k_2) + (\tilde{f}_1 f_2 k_2)_\rho B(m_f, k_2, k_1) \right], \quad (3.22)$$

где обозначено

$$A(m_f, k_1, k_2) = \int_0^1 x dx \int_0^{1-x} \frac{y dy}{m_f^2 + 2(k_1 k_2) xy - k_1^2 x(1-x) - k_2^2 y(1-y)}, \quad (3.23)$$

$$B(m_f, k_1, k_2) = \int_0^1 x dx \int_0^{1-x} \frac{(1-x-y) dy}{m_f^2 + 2(k_1 k_2) xy - k_1^2 x(1-x) - k_2^2 y(1-y)}.$$

Таким образом, для амплитуды в виде (3.20), (3.22) теорема Гелл-Манна удовлетворяется очевидным образом.

Полученная амплитуда в частных случаях совпадает с известными результатами [64, 65, 69, 70]. Так, первое слагаемое в (3.22) дает при подстановке в (3.20) дивергенцию нейтринного тока, то есть будет пропорционально массе нейтрино. Для реальных фотонов, при низких энергиях $\omega \ll m_e$, когда $l = f = e$, и без учета лептонного смешивания, $i = j = l'$, $U_{lk} = \delta_{lk}$, из амплитуды (3.20), (3.22), (3.23) воспроизводится выражение для тензора (3.2). В другом случае, когда оба фотона

виртуальные, $k_{1,2}^2 \neq 0$, полагая нейтрино безмассовыми, нашу амплитуду можно привести к виду, совпадающему с результатом работы [70]. Подчеркнем, что авторы [70] ввели искусственную зависимость амплитуды от импульсов нейтрино. Очевидно, однако, что в рассматриваемом приближении (фактически, в локальном пределе слабого взаимодействия) амплитуда процесса $\nu\gamma^* \rightarrow \nu\gamma^*$ может явно зависеть только от импульсов фотонов.

В этом случае при низких энергиях фотонов, $\omega \ll m_e$, для тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$, введенного в формуле (3.1), имеем

$$T_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{i}{12} \left(U_{ie}U_{je}^* - \frac{1}{2}\delta_{ij} \right) \frac{1}{m_e^2} \gamma^\rho (1 + \gamma_5) (\varepsilon_{\rho\alpha\mu\nu}k_{1\beta} + \varepsilon_{\rho\mu\alpha\beta}k_{2\nu}). \quad (3.24)$$

Следует заметить, что общая амплитуда (3.20), (3.22) позволяет, в частности, получить первые члены разложения по внешнему полю амплитуд радиационного распада нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$ и безрадиационного перехода $\nu_i \rightarrow \nu_j$ в электромагнитном поле произвольной конфигурации. Для этого достаточно в выражении (3.22) произвести замену тензора электромагнитного поля одного или обоих фотонов на тензор внешнего электромагнитного поля.

Применим выражение для полученной амплитуды процесса $\nu\gamma^* \rightarrow \nu\gamma^*$ к вычислению вероятности радиационного распада массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$ во внешнем поле [54, 56] в случае относительно слабого поля. Заменяя тензор поля одного из фотонов на тензор постоянного однородного магнитного поля

$$q_{1\alpha} \rightarrow 0, \quad f_{1\alpha\beta} \rightarrow iF_{\alpha\beta}, \quad q_{2\alpha} \rightarrow q_\alpha, \quad f_{2\alpha\beta} \rightarrow f_{\alpha\beta}, \quad (3.25)$$

и учитывая, что основной вклад происходит от электронной петли, а также — что дисперсия фотона в слабом поле практически не отличается

от вакуумной ($q^2 = 0$), для амплитуды процесса $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ получаем

$$\mathcal{M} = \frac{eG_F C_A}{48\sqrt{2}\pi^2} \frac{B}{B_e} (\varphi \tilde{f}^*) (j^{(\nu)} q), \quad (3.26)$$

где $C_A = U_{ie} U_{je}^* - \frac{1}{2} \delta_{ij}$. Выражение (3.26) совпадает с линейным по полю членом амплитуды, приведенной в формуле (4) статьи [54].

Полагая для простоты конечное нейтрино безмассовым, находим для вероятности распада $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ в системе покоя начального нейтрино

$$W = \frac{\alpha}{18\pi} \frac{G_F^2 C_A^2}{192\pi^3} m_{\nu_i}^5 \left(\frac{B}{B_e} \right)^2. \quad (3.27)$$

Вероятность (3.27) согласуется с формулой (5) статьи [54], но в 4 раза меньше вероятности, получаемой из формулы (32) статьи [56] в пределе слабого поля.

2 Рассеяние нейтрино в кулоновском поле ядра

В качестве еще одной иллюстрации применения общей формулы (3.20) рассмотрим процесс рассеяния нейтрино высокой энергии на ядре с излучением фотона. Отметим, что ранее [64, 65, 69] изучались только астрофизические проявления процесса $\nu \gamma \rightarrow \nu \gamma$. Мы хотим исследовать возможность обнаружения этой реакции в лабораторном эксперименте с нейтрино высоких энергий от ускорителя. Реально такой процесс проявлялся бы, как тормозное излучение нейтрино в кулоновском поле ядра

$$\nu_i + \text{ядро} \rightarrow \nu_j + \gamma + \text{ядро}. \quad (3.28)$$

При этом экспериментальным свидетельством реакции должно быть обнаружение одиночного жесткого γ -кванта без какого-либо сопровождения.

Амплитуду реакции (3.28) можно получить из (3.20) и (3.22), полагая один из фотонов (например, γ_2) реальным, при этом $f_{2\mu\nu}k_{2\nu} = 0$. Если пренебречь массой нейтрино и смешиванием в лептонном секторе, то в амплитуду даст вклад только второй член выражения (3.22). Подставляя вместо 4-вектора поляризации первого фотона $e_{1\mu}$ величину $(Ze/k_1^2)J_\mu$, где J_μ – электромагнитный ток ядра, k_1 – 4-импульс виртуального фотона, получим для амплитуды следующее выражение

$$M = 4i \frac{Ze\alpha}{\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \varepsilon_{\rho\mu\alpha\beta} j_\rho^{(\nu)} J_\mu k_{2\alpha} e_{2\beta}^* \left[B(m_l, k_1, k_2) + \sum_f T_{3f} Q_f^2 B(m_f, k_1, k_2) \right], \quad (3.29)$$

где m_l – масса заряженного лептона, партнера нейтрино, участвующего в реакции. В приближении, когда конечное ядро практически покоится, $J_\mu = (2m_N, 0)$, m_N – масса ядра, $k_{1\mu} = (0, \vec{k}_1)$, где величина передаваемого импульса $|\vec{k}_1|$ ограничена сверху значением k_m порядка обратного радиуса ядра: $1/r \sim k_m \simeq 200 \cdot A^{-1/3}$ МэВ. Анализ показывает, что при высоких энергиях нейтрино вклад в амплитуду (3.29) дают все заряженные фермионы, кроме t -кварка (напомним, что рассматривается приближение $(pk_1) \ll m_W^2 < m_t^2$). Если при этом ограничиться главным логарифмическим приближением, то массами фермионов в интеграле $B(m_f, k_1, k_2)$, определенном в (3.23), можно пренебречь. Для спектра испускаемых фотонов получается следующее выражение

$$d\sigma = \frac{\alpha}{54\pi} \left(\frac{Z\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{G_F^2 k_m^2}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \left[1 - \frac{\omega}{E} + \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{E} \right)^2 \right] \ln^3 \left(\frac{2\omega}{k_m} \right), \quad (3.30)$$

где ω – энергия фотона, E – энергия начального нейтрино. Интегрируя по энергиям фотонов и удерживая только старшую степень логарифма,

находим для полного сечения

$$\sigma \simeq \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^3 \frac{Z^2}{27} \frac{G_F^2 k_m^2}{\pi} \ln^4 \left(\frac{2E}{k_m}\right). \quad (3.31)$$

Например, при энергии нейтрино $E = 100$ ГэВ имеем

$$\sigma \sim \frac{Z^2}{A^{2/3}} \cdot 10^{-46} \text{ см}^2. \quad (3.32)$$

Малая величина сечения (3.32) делает наблюдение изучаемого процесса труднодоступным в ближайшем будущем, несмотря на наличие четкого сигнала – излучение одиночного жесткого γ -кванта без какого-либо сопровождения. Отметим, что такой сигнал возможен также при когерентном излучении γ -кванта нуклонами ядра [146–148]. Однако обсуждаемый нами процесс характеризуется более узким угловым распределением γ -квантов, $\theta < k_m/E$ вместо $\theta < \sqrt{k_m/E}$ [147, 148]. Кроме того, необходимо уметь различать в нейтринном эксперименте электромагнитные ливни от фотонов и от электронов отдачи в стандартном процессе рассеяния $\nu e \rightarrow \nu e$, сечение которого в 10^4 раз больше, чем сечение (3.31).

Можно надеяться, однако, что указанные экспериментальные трудности в будущем могут быть преодолены, и обсуждаемый процесс $\nu\gamma^* \rightarrow \nu\gamma$ станет доступным для наблюдения. Важность изучения такого процесса, как минимум – однопетлевого, обусловлена тем, что его экспериментальное обнаружение явилось бы одним из тестов на применимость высших порядков теории возмущений в стандартной модели электрослабого взаимодействия.

Глава IV

Двухвершинные однопетлевые процессы во внешнем электромагнитном поле

1 Обобщенная двухточечная петлевая амплитуда $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$ во внешнем электромагнитном поле

Для анализа как древесных, так и петлевых квантовых процессов представляется полезным провести вычисление однопетлевой двухточечной амплитуды перехода $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$ в постоянном однородном магнитном и в скрещенном полях, для произвольных комбинаций скалярного, псевдоскалярного, векторного и псевдовекторного взаимодействия токов j и j' с фермионами [149]. Под токами j, j' понимаются обобщенные локальные квантовополевые объекты, которые могут быть действительно токами или волновыми функциями соответствующих частиц.

Данная амплитуда может играть роль своеобразного справочника при исследованиях разнообразных переходов во внешнем электромагнитном поле, таких, как распады $\nu \rightarrow \nu \gamma$, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, $a \rightarrow \nu \bar{\nu}$, $a \rightarrow e^- e^+$, осцилляции аксион \leftrightarrow фотон, а также массовые операторы скалярных и псевдоскалярных частиц, поляризационный оператор фотона в поле.

1.1 Магнитное поле

При анализе обобщенной амплитуды перехода $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$ используется эффективный лагранжиан взаимодействия тока j с фермионами следующего вида:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_n j_n(x) (\bar{\psi}_f(x) \Gamma_n \psi_f(x)), \quad (4.1)$$

где индекс $n = S, P, V, A$ нумерует матрицы

$$\Gamma_n = 1, \gamma_5, \gamma_\alpha, \gamma_\alpha \gamma_5, \quad (4.2)$$

а $j_n(x)$ - обобщенный ток, включающий константу связи.

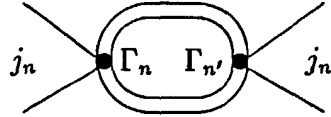


Рис. 10: Диаграмма Фейнмана для перехода $j \rightarrow j'$. Двойные линии означают, что в пропагаторах виртуальных фермионов влияние внешнего электромагнитного поля учтено точно.

Однопетлевая амплитуда перехода $j \rightarrow j'$ описывается фейнмановской диаграммой, изображенной на рис. 10, и имеет следующий вид:

$$\mathcal{M}_{nn'} = -i j_n j_{n'}^* \int d^4 Z \text{Sp}[\tilde{S}^F(-Z)\Gamma_n \tilde{S}^F(Z)\Gamma_{n'}] e^{-iqZ}. \quad (4.3)$$

Здесь $\tilde{S}^F(Z)$ - трансляционно инвариантная часть пропагатора фермиона в магнитном поле, см. формулы (B.1), (B.2) из Приложения B. $j_n, j_{n'}$ - фурье-образы токов, q - переданный импульс. Из выражения для пропагатора видно, что амплитуда (4.3), вообще говоря, содержит расходимость на нижнем пределе интеграла по собственному времени. Данная расходимость, которая по сути является ультрафиолетовой, связана с локальностью лагранжиана взаимодействия (4.1). В дальнейшем нас будет интересовать только индуцированная полем часть амплитуды

$$\Delta \mathcal{M}_{nn'} = \mathcal{M}_{nn'} - \mathcal{M}_{nn'} \Big|_{B=0}. \quad (4.4)$$

Как показывает соответствующий анализ, разность (4.4) свободна от ультрафиолетовых расходимостей.

С учетом билинейной зависимости фазы трансляционно инвариантной части пропагатора $S(Z)$ от переменной Z интегрирование по Z в выражении для амплитуды (4.3) сводится к вычислению обобщенных гауссовых интегралов скалярного, векторного и тензорного типов. Скалярный интеграл имеет вид

$$\Phi = \int d^4 Z \exp \left[-i \left((Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right], \quad (4.5)$$

где

$$G^{\mu\nu} = \frac{v+s}{vs} \tilde{\Lambda}^{\mu\nu} - \beta \frac{\sin(\beta(v+s))}{\sin(\beta v) \sin(\beta s)} \Lambda^{\mu\nu},$$

здесь $\beta = e_f B$. Переменные v и s имеют смысл собственного времени Фока в пропагаторах фермионов. Напомним, что матрицы $\Lambda_{\mu\nu}$ и $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$ определяются через безразмерные тензоры $\varphi_{\mu\nu}$ и $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$ постоянного однородного магнитного поля:

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu}, \quad \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}.$$

Векторный и тензорный интегралы определяются из Φ соответствующим дифференцированием по импульсу p :

$$\Phi_\mu = \int d^4 Z Z_\mu \exp \left[-i \left((Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right] = i \frac{\partial \Phi}{\partial p_\mu}, \quad (4.6)$$

$$\Phi_{\mu\nu} = \int d^4 Z Z_\mu Z_\nu \exp \left[-i \left((Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right] = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p_\mu \partial p_\nu}. \quad (4.7)$$

Интегрирование по пространственно-временной переменной Z дает

$$\begin{aligned} \Phi &= -(4\pi)^2 (\det G)^{-1/2} e^{i(pG^{-1}p)}, \\ \Phi_\mu &= -2(pG^{-1})_\mu \Phi, \\ \Phi_{\mu\nu} &= 2 \left[2(pG^{-1})_\mu (pG^{-1})_\nu - iG_{\mu\nu}^{-1} \right] \Phi, \end{aligned} \quad (4.8)$$

где обратная матрица G^{-1} имеет вид

$$G_{\mu\nu}^{-1} = \frac{vs}{v+s} \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \frac{\sin(\beta v) \sin(\beta s)}{\beta \sin(\beta(v+s))} \Lambda_{\mu\nu},$$

детерминант матрицы G равен

$$\det G = - \left\{ \frac{(v+s) \beta \sin(\beta(v+s))}{s v \sin(\beta v) \sin(\beta s)} \right\}^2. \quad (4.9)$$

После выполнения интегрирования по Z обобщенная амплитуда может быть выражена в виде двукратного интеграла.

Приведем полный набор выражений для амплитуд $\Delta \mathcal{M}_{nn'}$ в магнитном поле ($n, n' = S, P, V, A$). В этом и следующем подразделах m обозначает массу фермиона.

В случае, когда j и j' – скалярные токи ($n = n' = S$), вычисление дает

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{M}_{SS} &= \frac{1}{4\pi^2} j_S j_S'^* \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[\frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{SS} e^{-i\Omega} + 3 \left(m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega_0} \right], \\ y_{SS} &= q_\perp^2 \left(\frac{1 \cos \beta t u - \cos \beta t}{2 \sin^2 \beta t} + \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg} \beta t} - \cos \beta t u \right) + \\ &+ 3 \left(q_\parallel^2 \frac{1-u^2}{4} - m^2 \right) \cos \beta t + i\beta \left(\frac{1}{\sin \beta t} - \frac{\cos \beta t}{\beta t} \right), \end{aligned} \quad (4.10)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= t \left(m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right), \\ \Omega &= \Omega_0 + \frac{q_\perp^2}{2} \left(\frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\beta \sin \beta t} - \frac{1-u^2}{2} t \right), \\ q_\perp^2 &= (q \varphi \varphi q) = q_\mu \varphi^{\mu\nu} \varphi_{\nu\rho} q^\rho, \\ q_\parallel^2 &= (q \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} q), \quad q_\parallel^2 - q_\perp^2 = q^2. \end{aligned}$$

Амплитуда для случая скалярного и псевдоскалярного токов ($n = S, n' = P$) равна нулю

$$\Delta \mathcal{M}_{SP} = 0. \quad (4.11)$$

В случае, когда j и j' – псевдоскалярные токи ($n = n' = P$), находим

$$\Delta \mathcal{M}_{PP} = \frac{1}{4\pi^2} j_P j_P'^* \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[\frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{PP} e^{-i\Omega} - \left(m^2 - 3q^2 \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega_0} \right],$$

$$y_{PP} = -q_\perp^2 \left(\frac{1 \cos \beta t u - \cos \beta t}{2 \sin^2 \beta t} + \frac{u \sin \beta t u}{\operatorname{tg} \beta t} - \cos \beta t u \right) + \quad (4.12)$$

$$+ \left(m^2 - 3q_\parallel^2 \frac{1-u^2}{4} \right) \cos \beta t + i\beta \left(\frac{\cos \beta t}{\beta t} - \frac{1}{\sin \beta t} \right).$$

Если ток является векторным ($j_n \equiv j_V \alpha$, $\Gamma_n \equiv \gamma_\alpha$), расчет показывает, что этот ток входит в амплитуду только в комбинации $f_{\alpha\beta} = q_\alpha j_V \beta - q_\beta j_V \alpha$. При этом, если ток j_V представляет собой вектор поляризации фотона, $f_{\alpha\beta}$ приобретает смысл тензора электромагнитного поля фотона в импульсном пространстве, что соответствует калибровочной инвариантности амплитуды процесса

$$\Delta \mathcal{M}_{SV} = \frac{m\beta}{8\pi^2} j_S (f'^* \varphi) \int_0^1 du \int_0^\infty dt \frac{1 - \cos \beta t \cos \beta t u}{\sin^2 \beta t} e^{-i\Omega}. \quad (4.13)$$

$$\Delta \mathcal{M}_{PV} = -i \frac{m\beta}{8\pi^2} j_P (f'^* \tilde{\varphi}) \int_0^1 du \int_0^\infty dt e^{-i\Omega}, \quad (4.14)$$

$$(f\varphi) = f_{\alpha\beta} \varphi^{\beta\alpha}.$$

Аналогично в вектор-векторную амплитуду ($n = n' = V$) входят тензоры $f_{\alpha\beta}$ и $f'_{\alpha\beta}$

$$\Delta \mathcal{M}_{VV} = \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(f\varphi)(f'^* \varphi)}{4q_\perp^2} Y_{VV}^{(1)} + \frac{(f\tilde{\varphi})(f'^* \tilde{\varphi})}{4q_\parallel^2} Y_{VV}^{(2)} + \frac{(q\varphi\varphi f q)(q\varphi\varphi f'^* q)}{q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2} Y_{VV}^{(3)} \right], \quad (4.15)$$

$$Y_{VV}^{(i)} = \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[\frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{VV}^{(i)} e^{-i\Omega} - q^2 \frac{1-u^2}{2} e^{-i\Omega_0} \right],$$

$$\begin{aligned}
 y_{VV}^{(1)} &= \frac{q_{\parallel}^2}{2} \left(\cos \beta tu - \frac{u \sin \beta tu}{\operatorname{tg} \beta t} \right) - q_{\perp}^2 \frac{\cos \beta tu - \cos \beta t}{\sin^2 \beta t}, \\
 y_{VV}^{(2)} &= q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{2} \cos \beta t - \frac{q_{\perp}^2}{2} \left(\cos \beta tu - \frac{u \sin \beta tu}{\operatorname{tg} \beta t} \right), \\
 y_{VV}^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \left(\cos \beta tu - \frac{u \sin \beta tu}{\operatorname{tg} \beta t} \right), \\
 f_{\alpha\beta} &= q_{\alpha} j_{V\beta} - q_{\beta} j_{V\alpha}, \quad f'_{\alpha\beta} = q_{\alpha} j'_{V\beta} - q_{\beta} j'_{V\alpha}.
 \end{aligned}$$

В случае, когда $n = S, P$, $n' = A$, $j_{n'} \equiv j_{A\alpha}$, $\Gamma_{n'} \equiv \gamma_{\alpha} \gamma_5$, расчет дает

$$\Delta \mathcal{M}_{SA} = 0, \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathcal{M}_{PA} &= \frac{m}{4\pi^2} j_P \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \left\{ \frac{\beta t}{\sin \beta t} [(j_A^* \varphi \varphi q)(\cos \beta tu - \cos \beta t) - \right. \\
 &\quad \left. - (j_A^* q) \cos \beta t] e^{-i\Omega} + (j_A^* q) e^{-i\Omega_0} \right\}. \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

Аксиал-аксиальная амплитуда ($n = n' = A$) имеет вид

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathcal{M}_{AA} &= \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(j_A \varphi q)(j_A^* \varphi q)}{q_{\perp}^2} Y_{AA}^{(1)} + \frac{(j_A \bar{\varphi} q)(j_A^* \bar{\varphi} q)}{q_{\parallel}^2} Y_{AA}^{(2)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{q^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} (j_A \varphi \varphi q)(j_A^* \varphi \varphi q) Y_{AA}^{(3)} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(j_A \varphi \varphi q)(j_A^* q) + (j_A^* \varphi \varphi q)(j_A q)}{q_{\parallel}^2} Y_{AA}^{(4)} + \frac{(j_A q)(j_A^* q)}{q_{\parallel}^2} Y_{AA}^{(5)} \right], \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{AA}^{(i)} &= \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \left[\frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{AA}^{(i)} e^{-i\Omega} + \left(2m^2 - q_{\perp}^2 \frac{1-u^2}{2} \right) e^{-i\Omega_0} \right], \\
 i &= 1, 2, 3, 4,
 \end{aligned}$$

$$Y_{AA}^{(5)} = \int_0^1 du \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \left[\frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{AA}^{(5)} e^{-i\Omega} - \left(2m^2 + q_{\perp}^2 \frac{1-u^2}{2} \right) e^{-i\Omega_0} \right],$$

$$y_{AA}^{(1)} = \frac{q_{\parallel}^2}{2} \left(\cos \beta tu - \frac{u \sin \beta tu}{\operatorname{tg} \beta t} \right) - q_{\perp}^2 \frac{\cos \beta tu - \cos \beta t}{\sin^2 \beta t} - 2m^2 \cos \beta tu,$$

$$\begin{aligned}
 y_{AA}^{(2)} &= q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{2} \cos \beta t - \frac{q_{\perp}^2}{2} \left(\cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\operatorname{tg} \beta t} \right) - 2m^2 \cos \beta t, \\
 y_{AA}^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \left(\cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\operatorname{tg} \beta t} \right) + \frac{2m^2}{q^2} (q_{\perp}^2 \cos \beta t - q_{\parallel}^2 \cos \beta t u), \\
 y_{AA}^{(4)} &= \frac{q^2}{2} \left(\cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\operatorname{tg} \beta t} \right) - 2m^2 \cos \beta t, \\
 y_{AA}^{(5)} &= \frac{q_{\perp}^2}{2} \left(\cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\operatorname{tg} \beta t} \right) + 2m^2 \cos \beta t.
 \end{aligned}$$

В случае векторной и аксиально-векторной вершин ($\Gamma_n \equiv \gamma_{\alpha}$, $\Gamma_{n'} \equiv \gamma_{\beta} \gamma_5$) для индуцированной полем части амплитуды получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathcal{M}_{VA} &= \frac{1}{4\pi^2} \beta \left[\frac{(f\tilde{\varphi})(j_A^* \varphi \varphi q)}{2q_{\parallel}^2} Y_{VA}^{(1)} + \frac{(j_A^* \tilde{\varphi} q)(q f \varphi \varphi q)}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} Y_{VA}^{(2)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(f\tilde{\varphi})(j_A^* q)}{2q_{\parallel}^2} Y_{VA}^{(3)} \right], \tag{4.19}
 \end{aligned}$$

$$Y_{VA}^{(1)} = i \int_0^1 du \int_0^{\infty} dt \left(\frac{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} m^2 - q^2 \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega} - \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2},$$

$$Y_{VA}^{(2)} = i \int_0^1 du \int_0^{\infty} dt \left(m^2 - q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega} - \frac{q_{\parallel}^2}{q^2},$$

$$Y_{VA}^{(3)} = i \int_0^1 du \int_0^{\infty} dt \left(m^2 + q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega}.$$

При использовании полученных результатов для вычисления амплитуд процессов с участием псевдоскалярных и аксиальных токов необходимо соблюдать осторожность. Это связано с тем, что в таких диаграммах (рис. 10) линейный по полю член может оказаться неверным из-за треугольной аномалии Адлера. Поэтому, строго говоря, необходимо указать дополнительную процедуру вычитания линейного по полю члена с

последующим его восстановлением. Таким образом, корректное выражение для индуцированной полем части амплитуды должно иметь вид

$$\Delta \tilde{\mathcal{M}} = \left(\mathcal{M} - \mathcal{M} \Big|_{B=0} - B \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial B} \Big|_{B=0} \right) + \tilde{\mathcal{M}}^{(1)}, \quad (4.20)$$

где выражение в скобках свободно от аномалии Адлера. Схема восстановления правильного линейного по полю члена $\tilde{\mathcal{M}}^{(1)}$ определяется конкретным типом процесса, в зависимости от происхождения треугольной аномалии. Пример восстановления линейного члена для вектор-аксиальной части амплитуды процесса тормозного (черенковского) излучения фотона при распространении нейтрино в сильном внешнем магнитном поле, $\nu \rightarrow \nu + \gamma$ [58, 59], приведен далее в разделе 2. В данном случае происхождение треугольной аномалии связано с переходом к локальному пределу слабого взаимодействия.

1.2 Скращенное поле

Как уже отмечалось, частный случай скращенного поля $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$, $E = B$ в действительности обладает определенной общностью. Если при движении частицы в произвольном электромагнитном поле динамический инвариант значительно превышает чисто полевые инварианты,

$$|e^2(pFFp)|^{1/3} \gg |e^2(FF)|^{1/2}, |e^2(\tilde{F}F)|^{1/2},$$

задача фактически сводится к более простому вычислению в скращенном поле, для которого $(FF) = 0$, $(\tilde{F}F) = 0$.

Амплитуду перехода $j \rightarrow j'$ для случая скращенного поля можно получить, выполняя приведенные в предыдущем подразделе вычисления, но с использованием пропагатора фермиона в скращенном поле, см. формулу (B.11) из Приложения В.

Индукцированные полем амплитуды $\Delta\mathcal{M}_{nn'}$ можно представить в следующей форме (здесь приведены только отличные от нуля амплитуды):

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{SS} = & -\frac{1}{4\pi^2} j_S j_S'^* \int_0^1 du \left[\frac{1}{12} m^2 \chi^{2/3} \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} (15-7u^2) \frac{df(x)}{dx} + \right. \\ & \left. + 3 \left(m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right) f_1(x) \right], \end{aligned} \quad (4.21)$$

где использованы обозначения:

$$\begin{aligned} \chi^2 &= \frac{e_f^2(qFFq)}{m^6}, \\ x &= \left(\frac{4}{\chi(1-u^2)} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{q^2}{4m^2}(1-u^2) \right), \end{aligned}$$

$f(x)$ – функция Харди – Стокса,

$$\begin{aligned} f(x) &= i \int_0^\infty dt e^{-i(tx + \frac{t^3}{3})}, \\ f_1(x) &= \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left(e^{-i(tx + \frac{t^3}{3})} - e^{-itx} \right) = \\ &= - \int_0^x f(z) dz + \ln x + \frac{1}{3} \ln 3 + \frac{2}{3} \gamma_E + \frac{i\pi}{3}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Для остальных амплитуд получаем

$$\Delta\mathcal{M}_{SV} = -\frac{i}{16\pi^2} j_S \frac{e_f(f^*F)}{m\chi^{2/3}} \int_0^1 du \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{2/3} (1+u^2) f(x). \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{PP} = & \frac{1}{4\pi^2} j_P j_P'^* \int_0^1 du \left[\frac{1}{12} m^2 \chi^{2/3} \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} (15-7u^2) \frac{df(x)}{dx} + \right. \\ & \left. + \left(m^2 - 3q^2 \frac{1-u^2}{4} \right) f_1(x) \right]. \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\Delta\mathcal{M}_{PV} = -\frac{1}{8\pi^2}j_P \frac{e_f(f^*\tilde{F})}{m\chi^{2/3}} \int_0^1 du \left(\frac{4}{1-u^2}\right)^{2/3} f(x). \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{PA} = & \frac{m}{4\pi^2}j_P \int_0^1 du \left[2m^2\chi^{2/3} \frac{(j_A^*FFq)}{(qFFq)} \left(\frac{4}{1-u^2}\right)^{1/3} \frac{df(x)}{dx} \right. \\ & \left. - (j_A^*q)f_1(x) \right]. \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{VV} = & \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(fF)(f'^*F)}{4(qFFq)} Y_{VV}^{(1)} + \frac{(f\tilde{F})(f'^*\tilde{F})}{4(qFFq)} Y_{VV}^{(2)} \right. \\ & \left. + \frac{(qFFfq)(qFFf'^*q)}{q^2(qFFq)^2} Y_{VV}^{(3)} \right]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$Y_{VV}^{(1)} = -\int_0^1 du \left[\frac{1}{6}m^2\chi^{2/3} \left(\frac{4}{1-u^2}\right)^{1/3} (3+u^2) \frac{df(x)}{dx} - q^2 \frac{1-u^2}{2} f_1(x) \right],$$

$$Y_{VV}^{(2)} = -\int_0^1 du \left[\frac{1}{3}m^2\chi^{2/3} \left(\frac{4}{1-u^2}\right)^{1/3} (3-u^2) \frac{df(x)}{dx} - q^2 \frac{1-u^2}{2} f_1(x) \right],$$

$$Y_{VV}^{(3)} = \frac{q^2}{2} \int_0^1 du (1-u^2) f_1(x).$$

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{AA} = & \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{(j_AFq)(j_A'^*Fq)}{(qFFq)} Y_{AA}^{(1)} + \frac{(j_A\tilde{F}q)(j_A'^*\tilde{F}q)}{(qFFq)} Y_{AA}^{(2)} + \right. \\ & + q^2 \frac{(j_AFFj_A'^*)}{(qFFq)} Y_{AA}^{(3)} - \\ & \left. - \frac{(j_AFFq)(j_A'^*q) + (j_A'^*FFq)(j_Aq)}{(qFFq)} Y_{AA}^{(4)} + (j_Aq)(j_A'^*q) Y_{AA}^{(5)} \right], \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$Y_{AA}^{(1,2)} = Y_{VV}^{(1,2)} - 2m^2 \int_0^1 du f_1(x),$$

$$\begin{aligned}
 Y_{AA}^{(3)} &= - \int_0^1 du \left[4 \frac{m^2}{q^2} m^2 \chi^{2/3} \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} \frac{df(x)}{dx} + \right. \\
 &\quad \left. + \left(2m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{2} \right) f_1(x) \right], \\
 Y_{AA}^{(4)} &= - \int_0^1 du \left(2m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{2} \right) f_1(x), \\
 Y_{AA}^{(5)} &= \int_0^1 du \frac{1-u^2}{2} f_1(x).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta M_{VA} &= \frac{e_f}{4\pi^2} \left[\frac{(f\tilde{F})(j_A^* F F q)}{2(q F F q)} Y_{VA}^{(1)} + \frac{(j_A^* \tilde{F} q)(q f F F q)}{q^2(q F F q)} Y_{VA}^{(2)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(f\tilde{F})(j_A^* q)}{2q^2} Y_{VA}^{(3)} \right], \tag{4.29}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_{VA}^{(1)} &= - \frac{1}{m^2 \chi^{2/3}} \int_0^1 du \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{2/3} \left(2m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right) f(x) + 1, \\
 Y_{VA}^{(2)} &= -Y_{VA}^{(3)} + 1, \\
 Y_{VA}^{(3)} &= - \frac{1}{m^2 \chi^{2/3}} q^2 \int_0^1 du \left(\frac{4}{1-u^2} \right)^{2/3} f(x).
 \end{aligned}$$

Отметим, что в амплитуде ΔM_{VA} , вообще говоря, содержится неопределенность, связанная с аномалией Адлера. Процедура устранения этой неопределенности описана выше в (4.20).

Полученные выражения для амплитуд в скрещенном поле могут также использоваться для проверки правильности более громоздкого расчета в магнитном поле. Если в амплитудах, вычисленных в предыдущем подразделе, сделать предельный переход, устремляя инвариант β к нулю и сохраняя конечной величину $\beta \varphi_{\alpha\beta} = e_f F_{\alpha\beta}$, из них можно получить

соответствующие амплитуды в скрещенном поле.

Результаты представлены в обобщенном виде для произвольных комбинаций скалярного, псевдоскалярного, векторного и псевдовекторного взаимодействия токов с фермионами. Поскольку использовались точные решения уравнения Дирака, влияние внешнего электромагнитного поля учтено точно, что придает полученному в данной работе выражению для амплитуды достаточную общность и позволяет широко применять полученные результаты при анализе разнообразных физических величин и процессов в магнитном и скрещенном поле. В частности, диагональные по обобщенным токам амплитуды ΔM_{SS} , ΔM_{PP} , ΔM_{VV} , ΔM_{AA} , с точностью до множителей, совпадают с индуцированными внешним полем вкладами в массовые операторы соответствующих полей. Амплитуды ΔM_{VV} и ΔM_{VA} , после уже упомянутого аккуратного обращения с треугольной аномалией, описывают амплитуду процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$.

Аналогично после соответствующих подстановок можно получить амплитуды переходов 'аксион \leftrightarrow фотон', $a \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и других, а также, используя мнимые части соответствующих амплитуд, анализировать процессы типа $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$, $a \rightarrow e^-e^+$.

2 Эффективный лагранжиан $\nu\nu\gamma$ — взаимодействия

Как уже отмечалось, сильное магнитное поле оказывает активное влияние на свойства частиц. Во-первых, оно способно индуцировать новые взаимодействия частиц: например, возникающее на однопетлевом уровне взаимодействие незаряженных безмассовых нейтрино и фотона. Во-вторых, поле существенно меняет кинематику частиц, открывая новые каналы, запрещенные в вакууме законами сохранения. Среди таких

процессов нейтринный распад фотона $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и нейтринное излучение фотона $\nu \rightarrow \nu\gamma$, называемое также черенковским нейтринным процессом, вызывают наибольший интерес уже в течение длительного времени.

В настоящем разделе приводится расчет амплитуды нейтрино-фотонного процесса за счет $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия, индуцированного магнитным полем, для случая, когда частицы, вообще говоря, находятся вне массовой поверхности. В сущности это означает, что будет получен эффективный лагранжиан в импульсном пространстве для $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия. Расчет выполнен в рамках стандартной модели с возможным смешиванием в лептонном секторе. Результат справедлив для магнитного поля любой интенсивности в рамках применимости эффективного локального $\nu\nu e e$ - взаимодействия.

Эффективный локальный лагранжиан взаимодействия нейтрино с электронами (1.1), при учете возможного смешивания в лептонном секторе, преобразуется к виду

$$\mathcal{L}_{\nu e} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{e}\gamma_\alpha (C_V + C_A\gamma_5)e] [\bar{\nu}_j\gamma^\alpha (1 + \gamma_5)\nu_i], \quad (4.30)$$

здесь C_V, C_A - векторная и аксиальная электрослабые константы

$$C_V = U_{ie}U_{je}^* - \frac{1}{2}\delta_{ij}(1 - 4\sin^2\theta_W),$$

$$C_A = U_{ie}U_{je}^* - \frac{1}{2}\delta_{ij},$$

где индексы i, j нумеруют состояния нейтрино с определенными массами, U_{ie} есть элементы матрицы смешивания в лептонном секторе. Диаграмма Фейнмана, описывающая вершину $\nu\nu\gamma$, изображена на рис. 11.

Следует отметить, что вычисление эффективного лагранжиана $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия, индуцированного внешним полем, требует дополнитель-

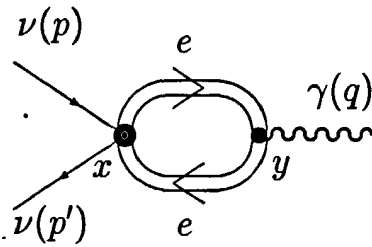


Рис. 11: Диаграмма, описывающая вершину $\nu\nu\gamma$ в локальном пределе.

ной процедуры вычитания, такой же, что описана в разделе 1 для обобщенной амплитуды. Дело в том, что переход к локальному пределу слабого взаимодействия ведет к появлению двух проблем: амплитуда приобретает ультрафиолетовую расходимость, а также треугольную аксиальную аномалию. Это можно легко увидеть, производя разложение амплитуды процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$ в ряд по внешнему магнитному полю, как это показано на рис. 12.

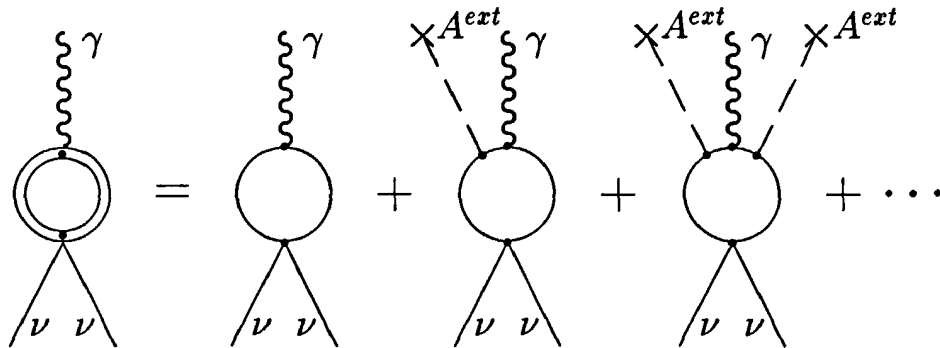


Рис. 12: Разложение амплитуды процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$ в ряд по внешнему магнитному полю. Двойная линия соответствует точному пропагатору электрона в магнитном поле, штриховые линии – внешнему полю.

Нулевой член в этом разложении

$$\mathcal{L}^{(0)} = \mathcal{L}(B = 0)$$

содержит ультрафиолетовую расходимость, тогда как линейный по полю член

$$\mathcal{L}^{(1)} = B \left. \frac{d\mathcal{L}}{dB} \right|_{B=0}$$

содержит известную аномалию Адлера из-за присутствия аксиального взаимодействия в эффективном слабом лагранжиане. Поскольку оба эти члена, вообще говоря, не могут быть правильно вычислены в локальном пределе, корректное выражение для индуцированного внешним полем эффективного лагранжиана $\Delta\mathcal{L}_{\nu\nu\gamma}$ может быть определено следующим образом:

$$\Delta\mathcal{L}_{\nu\nu\gamma} = \left(\mathcal{L} - \mathcal{L}^{(0)} - \mathcal{L}^{(1)} \right) + \tilde{\mathcal{L}}^{(1)}, \quad (4.31)$$

где правильный линейный по полю член $\tilde{\mathcal{L}}^{(1)}$ должен быть вычислен в электрослабой теории без перехода к локальному пределу, с учетом вклада всех виртуальных заряженных фермионов. Выражение для $\tilde{\mathcal{L}}^{(1)}$ может быть получено, например, из эффективного лагранжиана комптоподобного процесса $\nu(p_1) + \gamma^*(q_1) \rightarrow \nu(p_2) + \gamma^*(q_2)$, где фотоны $\gamma^*(q_1)$ и $\gamma^*(q_2)$ находятся в общем случае вне массовой поверхности. Таким лагранжианом в импульсном пространстве является амплитуда (3.20), (3.22), (3.23), в которой следует заменить тензор поля одного из фотонов на тензор постоянного однородного магнитного поля, см. (3.25). После преобразований выражение $\tilde{\mathcal{L}}^{(1)}$ может быть приведено к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}^{(1)} = & \frac{e G_F}{\sqrt{2}} C_A \frac{eB}{4\pi^2} \left[\frac{(f\tilde{\varphi})(q\varphi\varphi j)}{2q_{\parallel}^2} - \frac{(q\varphi\varphi f q)(q\tilde{\varphi} j)}{q_{\parallel}^2 q^2} + \right. \\ & \left. + \frac{(f\tilde{\varphi})(j q)}{2q_{\parallel}^2} \frac{q_{\parallel}^2 + q^2}{q^2} \right] \mathcal{I}(q^2), \end{aligned} \quad (4.32)$$

где $j^\alpha = \bar{\nu}_j \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu_i$ – нейтринный ток,

$$\mathcal{I}(q^2) = i \frac{q^2}{4} \int_0^1 du (1 - u^2) \int_0^\infty dt \exp \left[-it \left(m_e^2 - q^2 \frac{1 - u^2}{4} - i0 \right) \right]. \quad (4.33)$$

Эффективный лагранжиан \mathcal{L} , соответствующий диаграмме, изображенной на рис. 11, вычисляется по стандартным правилам Фейнмана с использованием пропагатора электрона во внешнем постоянном магнитном поле, формулы (B.1), (B.2) из Приложения В. Имеем:

$$\mathcal{L} = -i \frac{eG_F}{\sqrt{2}} j_\alpha \varepsilon_\beta^*(q) \int d^4 Z Sp [\tilde{S}^F(-Z) \gamma^\beta \tilde{S}^F(Z) \gamma^\alpha (C_V + C_A \gamma_5)] e^{-iqZ}. \quad (4.34)$$

Таким образом, индуцированная полем часть данного лагранжиана может быть построена как сумма вектор-векторной и вектор-аксиальной амплитуд (4.3), $\Delta \mathcal{M}_{VV}$ и $\Delta \mathcal{M}_{VA}$, с заменами токов

$$j_{V\beta} \rightarrow e \varepsilon_\beta^*(q), \quad j'_{V\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_V j_\alpha, \quad j'_{A\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_A j_\alpha$$

и с последующим вычитанием и восстановлением линейного по полю члена, как описано выше, см. (4.31).

Окончательное выражение для индуцированного магнитным полем эффективного лагранжиана $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}_{\nu\nu\gamma} = & -\frac{eG_F}{8\pi^2\sqrt{2}} \left\{ C_V \left[\frac{(f\varphi)(q\varphi j)}{q_\perp^2} Y_{VV}^{(1)} + \frac{(f\tilde{\varphi})(q\tilde{\varphi} j)}{q_\parallel^2} Y_{VV}^{(2)} + \right. \right. \\ & + 2 \frac{(q\varphi\varphi f q)(q\varphi\varphi j)}{q_\perp^2 q_\parallel^2} Y_{VV}^{(3)} \left. \right] + \\ & + C_A eB \left[\frac{(f\tilde{\varphi})(q\varphi\varphi j)}{q_\parallel^2} (Y_{VA}^{(1)} - 1) + \right. \\ & + 2 \frac{(q\varphi\varphi f q)(q\tilde{\varphi} j)}{q_\perp^2 q_\parallel^2} \left(Y_{VA}^{(2)} + \frac{q_\perp^2}{q^2} \right) + \\ & \left. \left. + \frac{(f\tilde{\varphi})(jq)}{q_\parallel^2} (Y_{VA}^{(3)} - 1) \right] \right\}, \quad (4.35) \end{aligned}$$

где функции Y_{VV} , Y_{VA} определены в (4.15), (4.19).

Полученное выражение для эффективного лагранжиана (4.35) явно калибровочно инвариантно, справедливо вне массовой поверхности фотона и, следовательно, может быть использовано как индуцированная внешним полем вершина $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия при анализе нейтринных электрослабых процессов в магнитном поле. Однако кинематика процессов с участием фотона в сильном магнитном поле существенно зависит от дисперсионных свойств фотона.

Дисперсионные свойства фотона в сильном магнитном поле определяются его поляризационным оператором, который описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 13. Основную роль здесь играет электрон, как частица с максимальным удельным зарядом e/m_e , наиболее чувствительная к воздействию внешнего поля.

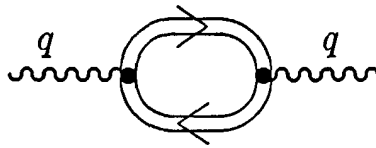


Рис. 13: Поляризационный оператор фотона в сильном магнитном поле.

Индуцированная внешним полем часть поляризационного оператора подробно изучалась многими авторами [17, 46–48], см. также [49]. Мы отметим здесь, что она может быть получена из обобщенной амплитуды ΔM_{VV} (4.15) и представлена в виде

$$\Delta P_{\alpha\beta} = -i \frac{\alpha}{\pi} \sum_{\lambda=1}^3 \frac{b_{\alpha}^{(\lambda)} b_{\beta}^{(\lambda)}}{(b^{(\lambda)})^2} Y_{VV}^{(\lambda)}, \quad (4.36)$$

где $b_\alpha^{(\lambda)}$ – собственные векторы ортогонального базиса

$$b_\alpha^{(1)} = (q\varphi)_\alpha, \quad b_\alpha^{(2)} = (q\tilde{\varphi})_\alpha, \quad b_\alpha^{(3)} = q^2(q\varphi\varphi)_\alpha - q_\alpha(q\varphi\varphi q), \quad b_\alpha^{(4)} = q_\alpha. \quad (4.37)$$

Как показывает анализ уравнений дисперсии реального фотона в магнитном поле

$$q^2 - \Pi^{(\lambda)}(q) = 0 \quad (\lambda = 1, 2, 3), \quad (4.38)$$

где

$$\Pi^{(\lambda)}(q) = -i\mathcal{P}(q^2) - \frac{\alpha}{\pi} Y_{VV}^{(\lambda)}$$

– поляризационный оператор в магнитном поле, только две поперечные поляризации $\lambda = 1, 2$ являются физическими. Здесь $\mathcal{P}(q^2)$ – функция, описывающая поляризацию вакуума в отсутствие поля (см., например [119], § 103, 113).

Векторы поляризации фотонов с определенным законом дисперсии пропорциональны собственным векторам $b_\alpha^{(1,2)}$

$$\varepsilon_\alpha^{(1)} = \varepsilon_\alpha^{(1)} = \sqrt{\mathcal{Z}_1} \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\alpha^{(2)} = \varepsilon_\alpha^{(2)} = \sqrt{\mathcal{Z}_2} \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}. \quad (4.39)$$

Это так называемые “продольная” \parallel и “поперечная” \perp фотонные моды в терминологии классической работы Адлера [150]. Множители $\sqrt{\mathcal{Z}_\lambda}$ учитывают перенормировку волновых функций фотонов

$$\mathcal{Z}_\lambda^{-1} = 1 - \frac{\partial \Pi^{(\lambda)}}{\partial q_\parallel^2}. \quad (4.40)$$

Эти перенормировки особенно существенны в окрестности циклотронных резонансов

$$q_\parallel^2 = \left(\sqrt{m_e^2 + 2neB} + \sqrt{m_e^2 + 2n'eB} \right)^2, \quad (4.41)$$

где функции $Y_{VV}^{(\lambda)}$ имеют корневые сингулярности.

В пределе сильного поля, в кинематической области $q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2 \ll eB$ выражения для функций $Y_{VV}^{(\lambda)}$ существенно упрощаются и функции $\Pi^{(\lambda)}$ могут быть записаны в виде

$$\Pi^{(1)} \simeq -\frac{\alpha}{3\pi} q_{\perp}^2 + \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \left(\ln \frac{B}{B_e} - 1.79 \right), \quad (4.42)$$

$$\Pi^{(2)} \simeq -\frac{2\alpha}{\pi} eB H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m_e^2}\right) + \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \left(\ln \frac{B}{B_e} - 1.79 \right), \quad (4.43)$$

где функция $H(z)$ имеет вид

$$H(z) = \int_0^1 \frac{du}{1 - z(1 - u^2) - i0} - 1,$$

и в различных областях значений аргумента равна:

$$H(z) = \frac{1}{2\sqrt{-z(1-z)}} \ln \frac{\sqrt{1-z} + \sqrt{-z}}{\sqrt{1-z} - \sqrt{-z}} - 1, \quad z < 0,$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 < z < 1, \quad (4.44)$$

$$H(z) = -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1,$$

и имеет асимптотики

$$H(z) \simeq \frac{2}{3}z + \frac{8}{15}z^2 + \frac{16}{35}z^3, \quad |z| \ll 1, \quad (4.45)$$

$$H(z) \simeq -1 - \frac{1}{2z} \ln 4|z|, \quad |z| \gg 1. \quad (4.46)$$

Решение дисперсионного уравнения (4.38) для фотона второй моды, определяемое функцией (4.43), изображено на рис. 14. Пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии $q^2 = 0$. В области выше этой линии квадрат “массы фотона” $\operatorname{Re} \Pi^{(2)}$ имеет положительный знак, ниже линии – отрицательный. Расстояние по вертикали от данной точки

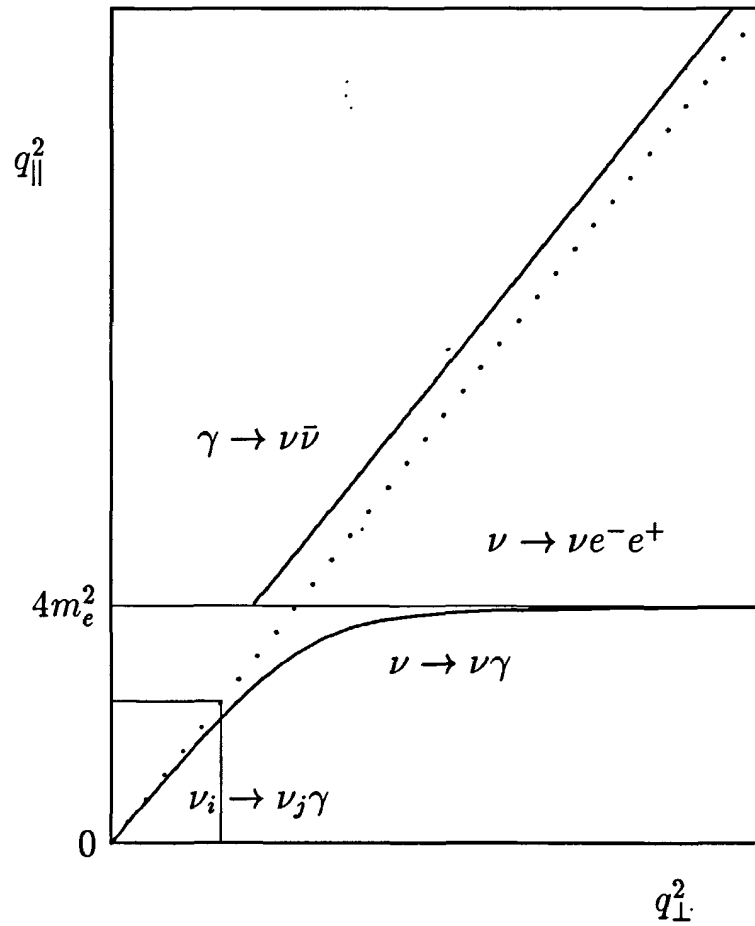


Рис. 14: Закон дисперсии в сильном магнитном поле для фотона моды \perp . Пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии $q^2 = 0$.

дисперсионной кривой до линии $q^2 = 0$ равно $|q^2|$. Линия $q^2 = 0$ и горизонтальная линия $4m_e^2$ делят плоскость на области, соответствующие различным нейтринным процессам.

Решение уравнения (4.38) для фотона первой моды, как видно из выражения для функции (4.42), в рассматриваемой кинематической области представляет собой прямую, незначительно отклоняющуюся от вакуумной прямой $q^2 = 0$ в область отрицательных q^2 .

3 Нейтринный распад фотона $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$

Процесс $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ становится кинематически разрешенным ($q^2 > 0$) благодаря специфике дисперсии фотона в магнитном поле. Для фотона второй моды с поляризацией $\varepsilon_\alpha^{(2)}$ это условие реализуется в области $q_\parallel^2 > 4m_e^2$, а для первой моды с поляризацией $\varepsilon_\alpha^{(1)}$ – в области $q_\parallel^2 > \left(m_e + \sqrt{m_e^2 + 2eB}\right)^2$.

Индукцированная магнитным полем “масса” фотона в рассматриваемой области ($q^2 > 0$) достаточно мала по сравнению с энергией фотона ω , $q^2 \ll \omega^2$, если поле не слишком велико, $eB \ll \omega^2/\alpha$. Последнее в свою очередь означает, что в процессе распада фотона $\gamma(q) \rightarrow \nu(p) + \bar{\nu}(p')$ реализуется коллинеарная кинематика

$$j_\alpha \sim q_\alpha \sim p_\alpha \sim p'_\alpha. \quad (4.47)$$

При этом нейтринный ток можно представить в виде

$$j_\alpha \simeq 4\sqrt{x(1-x)} q_\alpha, \quad (4.48)$$

где $x = E/\omega$, $1-x = E'/\omega$ – относительные энергии антинейтрино и нейтрино соответственно.

Индукцированные полем амплитуды процессов $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия с участием реальных фотонов, векторы поляризации которых определены в (4.39), имеют вид

$$\begin{aligned} M_1 &= -\frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\mathcal{Z}_1}}{\sqrt{q_1^2}} C_V (q\varphi j) Y_{VV}^{(1)}, \\ M_2 &= -\frac{eG_F}{4\pi^2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{\mathcal{Z}_2}}{\sqrt{q_\parallel^2}} \left[C_V (q\tilde{\varphi} j) Y_{VV}^{(2)} + C_A eB (q\varphi\varphi j) \left(Y_{VA}^{(1)} - 1 \right) \right], \end{aligned} \quad (4.49)$$

где M_1 и M_2 соответствуют распаду \parallel и \perp фотонных мод.

Как видно из выражений (4.49), в коллинеарном пределе, с учетом (4.48), амплитуда распада фотона моды 1 обращается в ноль, а выражение для амплитуды моды 2 существенно упрощается:

$$M_1 \simeq 0, \quad M_2 \simeq \frac{2 e G_F C_A}{\sqrt{2\pi^2}} \sqrt{x(1-x)} [e^2(qFFq)]^{1/2} J(q_{\parallel}^2), \quad (4.50)$$

здесь мы учли, что в этой области перенормировочный множитель \mathcal{Z}_2 мало отличается от единицы. Безразмерный “полевой формфактор” $J(q_{\parallel}^2)$ имеет вид:

$$\begin{aligned} J(q_{\parallel}^2) &= \frac{1}{2} \left(1 - Y_{VA}^{(1)}\right) \simeq \\ &\simeq 1 - i m_e^2 \int_0^1 du \int_0^{\infty} dt \exp \left\{ -i \left[t \left(m_e^2 - q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{4} \right) + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{q_{\parallel}^2}{2\beta} \frac{\cos \beta u t - \cos \beta t}{\sin \beta t} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Рассматриваемый процесс является трехчастичным, однако его амплитуда не есть константа, в отличие от ситуации в вакууме, поскольку зависит не только от 4-векторов импульсов частиц, но и от тензора внешнего поля. Поэтому вычисление вероятности не сводится к умножению квадрата амплитуды на фазовый объем:

$$W(\gamma_{\perp} \rightarrow \nu_j \bar{\nu}_i) = \frac{1}{16\pi\omega} \int_{x_1}^{x_2} dx |M_2|^2. \quad (4.52)$$

Здесь пределы интегрирования x_1 и x_2 определяются через отношения масс нейтрино к “массе” фотона $\mu_i^2 = m_i^2/q^2$, $i = 1, 2$:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{1}{2} (\varepsilon \pm p), \quad \varepsilon = 1 + \mu_i^2 - \mu_j^2, \\ p &= \sqrt{[1 - (\mu_i + \mu_j)^2][1 - (\mu_i - \mu_j)^2]}. \end{aligned}$$

Величины ϵ и p имеют физический смысл энергии и импульса i -го антинейтрино в долях $\sqrt{q^2}/2$ в системе “покоя” распадающегося фотона. Подставляя выражение для амплитуды M_2 (4.50) в (4.52), получим:

$$W(\gamma_\perp \rightarrow \nu_j \bar{\nu}_i) = \frac{\alpha G_F^2 C_A^2}{12\pi^4 \omega} e^2 (q F F q) \left[1 + \mu_i^2 + \mu_j^2 - 2(\mu_i^2 - \mu_j^2)^2 \right] \times \\ \times \sqrt{[1 - (\mu_i + \mu_j)^2][1 - (\mu_i - \mu_j)^2]} |J(q_\parallel^2)|^2. \quad (4.53)$$

Аргумент функции $J(q_\parallel^2)$ имеет простой физический смысл:

$$q_\parallel^2 \simeq q_\perp^2 \simeq \omega^2 \sin^2 \theta, \quad (4.54)$$

где θ есть угол между векторами импульса распадающегося фотона \mathbf{q} и напряженностью магнитного поля \mathbf{B} .

Полученное выражение для вероятности (4.53) описывает один канал распада фотона в j -е нейтрино и i -е антинейтрино. Физический же смысл имеет полная вероятность распада фотона на все “легкие” нейтрино, для которых открыт канал распада ($\mu_i + \mu_j < 1$). Если нейтрино обладают иерархическим спектром масс, таким, что для $i \leq N_L$ $\mu_i \ll 1$, а для $i > N_L$ $\mu_i > 1$ (N_L имеет смысл числа “легких” нейтрино), то полная вероятность распада фотона имеет следующий простой вид:

$$W = \sum_{i,j=1}^{N_L} W(\gamma_\perp \rightarrow \nu_j \bar{\nu}_i) = \frac{\alpha G_F^2 \overline{C_A^2}}{12\pi^4 \omega} e^2 (q F F q) |J(q_\parallel^2)|^2, \quad (4.55)$$

$$\overline{C_A^2} = \sum_{i,j=1}^{N_L} C_A^2 = \frac{1}{4} N_L - U^2 (1 - U^2),$$

$$U^2 = \sum_{i=1}^{N_L} |U_{ie}|^2 \leq 1.$$

Если все три типа нейтрино “легкие”, $m_i^2 \ll q^2$ ($N_L = 3$, $U^2 = 1$), то $\overline{C_A^2} = 3/4$, и вероятность распада $\gamma_\perp \rightarrow \nu \bar{\nu}$ не зависит от параметров смешивания в лептонном секторе.

Функция $J(q_{\parallel}^2)$ упрощается в двух предельных случаях:

1. Если магнитное поле является самым большим параметром задачи, $eB \gg q_{\parallel}^2$, получаем: $J(q_{\parallel}^2) = -H(q_{\parallel}^2/4m_e^2)$, где функция $H(z)$ определена в (4.44).
2. В альтернативном случае, когда $eB \ll q_{\parallel}^2$, имеем: $J(q_{\parallel}^2) \simeq 1$.

Отметим, что в случае сильного поля вероятность распада (4.55), с учетом сингулярного поведения функции $H(z)$ при $z \rightarrow 1$, содержит, на первый взгляд, сингулярность полюсного типа при $q_{\parallel}^2 \rightarrow 4m_e^2$. Однако аккуратное решение уравнения дисперсии фотона в этом пределе [49] показывает, что

$$|q_{\parallel}^2 - 4m_e^2|_{min} = \omega \Gamma_{\gamma \rightarrow e^-e^+}. \quad (4.56)$$

Подобная кажущаяся сингулярность, но корневого типа, как известно, имеет место в процессе распада фотона в магнитном поле на электрон-позитронную пару $\gamma \rightarrow e^+e^-$ [151]. Как отмечалось в работе [49], при учете дисперсии фотона в процессе $\gamma \rightarrow e^+e^-$ ширина распада всюду конечна и достигает максимального значения при $q_{\parallel}^2 \simeq 4m_e^2$

$$(\Gamma_{\gamma \rightarrow e^-e^+})_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{2\alpha eB}{m_e^2} \right)^{2/3} \frac{m_e^2}{\omega}. \quad (4.57)$$

С учетом (4.56), (4.57) вероятность распада $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ также является конечной, достигая максимального значения:

$$(W_{\perp})_{max} = \frac{1}{3\sqrt{3}\pi^2} \left(\frac{2\alpha eB}{m_e^2} \right)^{1/3} (G_F m_e^2)^2 \overline{C_A^2} \frac{eB}{\omega}. \quad (4.58)$$

Вероятность (4.55) с подстановкой $J(q_{\parallel}^2)$ в предельных случаях $eB \ll q_{\parallel}^2$ и $eB \gg q_{\parallel}^2$ совпадает с результатами работ [50] и [51] соответственно, с точностью до фактора $\overline{C_A^2}$. Отличие обусловлено тем, что в работах [50, 51] не учитывалось возможное смешивание лептонов и вклад

Z -бозона. В работе [52] нейтринный распад фотона в магнитном поле изучался в случае низких энергий, $\omega \ll m_e$, при произвольной величине поля и с учетом вкладов как W , так и Z -бозона. В пределе сильного поля, $eB \gg m_e^2$, результат работы [52] в 3 раза меньше нашей формулы (4.55), поскольку авторы [52] учли только один канал распада, $\gamma \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$. Процесс распада фотона в пределе сильного магнитного поля изучался также в работе [152] в рамках стандартной модели со смешиванием лептонов. Однако в этой работе не учтен вклад, обусловленный обменом Z -бозоном, поэтому полученная в [152] вероятность распада $\gamma \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_j$ не имеет физического смысла полной вероятности распада фотона, так как не учитывает каналы $\gamma \rightarrow \nu_i \bar{\nu}_i$.

Разумеется, вероятность (4.58) электрослабого процесса $\gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$ подавлена фактором $(G_F m_e^2)^2 \sim 10^{-23}$ по сравнению с вероятностью (4.57) процесса $\gamma \rightarrow e^+ e^-$. Однако первый процесс может играть роль в астрофизике как дополнительный источник нейтринного охлаждения.

Оценим энергию, уносимую нейтрино из единицы объема фотонного газа за единицу времени (нейтринную светимость), которая определяется выражением:

$$Q = \int dN_\gamma \omega W = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega/T} - 1} \omega W. \quad (4.59)$$

Здесь учтено, что вклад в светимость дают только фотоны второй моды (4.39). Для оценки будем полагать, что все нейтрино легкие, $m_i^2 \ll q^2$, $\overline{C_A^2} = 3/4$.

Подставляя вероятность (4.55) в (4.59), выражение для светимости можно привести к виду

$$Q = \frac{\alpha (G_F e B)^2}{8\pi^4} m_e^5 \mathcal{F}(T) \simeq 0.96 \cdot 10^{18} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{ с}} \left(\frac{B}{B_e} \right)^2 \mathcal{F}(T), \quad (4.60)$$

где функция $\mathcal{F}(T)$ определяется интегралом

$$\mathcal{F}(T) = \frac{8}{\pi^2} \int_0^1 du (1 - u^2) \int_{x_0}^{\infty} \frac{x^4 dx}{e^{x/\tau} - 1} |J(q_{\parallel}^2)|^2. \quad (4.61)$$

Здесь $\tau = T/2m_e$, и введены переменные интегрирования $u = \cos \theta$, $x = \omega/2m_e$, при этом аргумент функции J равен $q_{\parallel}^2 = 4m_e^2 x^2(1 - u^2)$, x_0 определяется из соотношения (4.56).

Как показывает анализ, функция $\mathcal{F}(T)$ слабо зависит от поля и принимает следующий вид в достаточно широком интервале температур, при единственном ограничении $T \gtrsim m_e$:

$$\mathcal{F}(T) \simeq \frac{4\zeta(5)}{\pi^2} \left(\frac{T}{m_e} \right)^5, \quad (4.62)$$

где $\zeta(5) \simeq 1.037$ (ζ -функция Римана).

В случае низких температур $T \ll 2m_e$ функция $\mathcal{F}(T)$ экспоненциально мала, $\mathcal{F}(T) \sim \exp(-2m_e/T)$.

Оценим вклад процесса распада фотона $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в нейтринную светимость в условиях взрыва сверхновой. Будем предполагать существование сильного магнитного поля тороидального типа [6, 7] в центральной области взрыва с размером порядка сотни километров. Оценка дает

$$\frac{dE}{dt} \sim 10^{45} \frac{\text{эрг}}{\text{с}} \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \right)^2 \left(\frac{T}{2 \text{ МэВ}} \right)^5 \left(\frac{R}{100 \text{ км}} \right)^3. \quad (4.63)$$

В условиях сверхновой этот вклад оказывается малым по сравнению с полной светимостью 10^{52} эрг/с. Следует отметить, что вклад процесса $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ одинаков для всех ароматов нейтрино и может быть существенным в низкоэнергетической части нейтринного спектра.

4 Вычисление вероятности распада $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ на основе мнимой части петлевой диаграммы

Существует второй способ вычисления дифференциальной вероятности распада $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ (формула (1.10) в пределе сильного поля и формула (1.46) в пределе скрещенного поля), основанный на использовании соотношения унитарности. Кроссинг-процессом нейтринного рождения пары $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ является реакция превращения нейтрино-антинейтринной пары в электрон-позитронную пару $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^- e^+$. Как известно, сечение такой реакции связано с мнимой частью амплитуды перехода $\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}$ через электронную петлю, рис. 15, соотношением унитарности

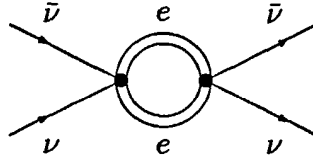


Рис. 15: Диаграмма Фейнмана для процесса $\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}$.

$$\sigma(\nu\bar{\nu} \rightarrow e^- e^+) = \frac{1}{q^2} \text{Im } \mathcal{M}(\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}), \quad (4.64)$$

где q^α - 4-импульс нейтрино-антинейтринной пары. Легко видеть, что соотношение (4.64) позволяет найти вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, если произвести в нем дополнительное интегрирование по фазовому объему конечного нейтрино

$$w(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) E = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d^3 P'}{E'} \text{Im } \mathcal{M}(\nu\bar{\nu} \rightarrow \nu\bar{\nu}), \quad (4.65)$$

напомним, что $P^\alpha = (E, \mathbf{P})$, $P'^\alpha = (E', \mathbf{P}')$ - 4-импульсы начального и конечного нейтрино, а $q = P - P'$.

Индукцированная внешним полем часть амплитуды процесса рис. 15 может быть легко построена из обобщенной амплитуды (4.3).

В случае магнитного поля используем амплитуды типа вектор - вектор (4.15), аксиал - аксиал (4.18) и вектор - аксиал (4.19), с соответствующими подстановками обобщенных токов

$$j_{V\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_V j_\alpha, \quad j_{A\alpha} \rightarrow \frac{G_F}{\sqrt{2}} C_A j_\alpha, \quad (4.66)$$

где j_α – нейтринный ток. Следует также учесть, что $\beta = -eB$ и $(jq) = 0$ (в пренебрежении нейтринными массами). В результате для магнитного поля получаем

$$\begin{aligned} \Delta M_{j \rightarrow j} = & \frac{G_F^2}{8\pi^2} \left\{ \left(C_V^2 Y_{VV}^{(1)} + C_A^2 Y_{AA}^{(1)} \right) \frac{|q\varphi j|^2}{q_\perp^2} + \right. \\ & + \left(C_V^2 Y_{VV}^{(2)} + C_A^2 Y_{AA}^{(2)} \right) \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_\parallel^2} + \left(C_V^2 Y_{VV}^{(3)} + C_A^2 Y_{AA}^{(3)} \right) \frac{q^2 |q\varphi\varphi j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} + \\ & \left. + 2C_V C_A eB \left(Y_{VA}^{(1)} + \frac{q^2}{q_\perp^2} Y_{VA}^{(2)} \right) \frac{\text{Re}[(q\tilde{\varphi} j)(q\varphi\varphi j^*)]}{q_\parallel^2} \right\}. \quad (4.67) \end{aligned}$$

Теперь в функциях Y перейдем к пределу сильного поля. Для этой цели удобно совершить в комплексной плоскости t виковский поворот контура интегрирования, перемещая его на отрицательную мнимую полуось, $t = -i\tau$, где τ – вещественная переменная. При этом $\sin \beta t = -i \text{sh} \beta \tau$, $\cos \beta t = \text{ch} \beta \tau$. Предел сильного поля означает, что полевой параметр $|\beta| = eB$ является максимальным размерным параметром задачи, $|\beta| \gg q_\parallel^2, q_\perp^2, m_e^2$. Например, для интеграла $Y_{VV}^{(2)}$ (4.15), учитывая, что основной вклад дает область значений $\tau \sim 1/m_e^2, 1/q_\parallel^2 \gg 1/|\beta|$, где можно полагать

$$\text{ch} \beta \tau \simeq \frac{\beta}{|\beta|} \text{sh} \beta \tau \simeq \frac{1}{2} e^{|\beta| \tau},$$

получаем:

$$Y_{VV}^{(2)} \simeq 2eB e^{-q_1^2/2eB} H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m_e^2}\right). \quad (4.68)$$

Функция $H(z)$ (4.44) имеет мнимую часть при $z > 1$. Анализ показывает, что из всех функций Y , входящих в (4.67), мнимые части, усиленные полем, имеют только следующие функции

$$\begin{aligned} \text{Im}Y_{VV}^{(2)} &= \frac{q^2}{q_1^2} \text{Im}Y_{AA}^{(3)} = eB \text{Im} \left(Y_{VA}^{(1)} + \frac{q^2}{q_1^2} Y_{VA}^{(2)} \right) = \\ &= \frac{4\pi eBm_e^2}{\sqrt{q_{\parallel}^2(q_{\parallel}^2 - 4m_e^2)}} e^{-q_1^2/2eB} \theta(q_{\parallel}^2 - 4m_e^2). \end{aligned} \quad (4.69)$$

Подставляя (4.67) в (4.65) с учетом (4.69), сразу получаем выражение (1.10) для дифференциальной вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в сильном магнитном поле.

В случае скрещенного поля, повторяя те же операции, но с соответствующими амплитудами (4.27), (4.28), (4.29), получим выражение, несколько отличающееся от (1.46), которое, однако, сводится к последнему с помощью интегрального соотношения для функции Эйри

$$\int_0^1 du \left[\left(1 - \frac{q^2(1-3u^2)}{4m^2} \right) \Phi_1(U) + \frac{3-7u^2}{3(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{\chi_q}{4} \right)^{2/3} \Phi'(U) \right] = 0. \quad (4.70)$$

Данное соотношение легко доказывается двукратным интегрированием по частям, с учетом уравнения для функции Эйри (1.29).

Глава V

Трехвершинные однопетлевые процессы во внешнем электромагнитном поле

1 Влияние внешнего поля на процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$

Как уже отмечалось, внешнее магнитное поле может усилить данный процесс. Поскольку в задаче возникает тензор электромагнитного поля $F_{\mu\nu}$, это открывает новую возможность для построения тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$ в амплитуде (3.1). В действительности поле войдет в амплитуду в виде безразмерного тензора $eF_{\mu\nu}/m_e^2$, который может дать дополнительное усиление, если величина поля превышает критическое значение $B_e = m_e^2/e$.

В работе [74] процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ исследовался в рамках стандартной модели в относительно слабом магнитном поле $B \ll B_e$, в низшем порядке разложения по B/B_e , и при малых энергиях фотонов $\omega \ll m_e$ (именно в этом приближении уместно применение эффективного лагранжиана, полученного в [81] из амплитуды процесса $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\nu\bar{\nu}$ и использованного в [74]). Как следует из [74], амплитуда процесса линейно растет с полем. Мы покажем ниже, что этот рост имеет место только при $B \ll B_e$, но в сильном поле, $B \gg B_e$, амплитуда в случае стандартного слабого взаимодействия выходит на константу.

В недавних работах [75, 76] процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и кроссинг-процессы исследовались также в слабом магнитном поле, но без ограничения малости энергий фотонов, при $\omega < m_W$. В пределе $\omega \ll m_e$ амплитуда из [76] согласуется с результатом работы [74]. К сожалению, амплитуда

в [76] записана в очень громоздком виде, так что простейший тест на калибровочную инвариантность провести чрезвычайно затруднительно.

В более ранней работе [78] процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ был исследован в сильном магнитном поле $B \gg B_e$ при малых энергиях фотонов, $\omega \ll m_e$, без учета вклада Z -бозона.

Анализ трехвершинного петлевого процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в сильном магнитном поле при произвольных кинематических условиях был впервые проведен в нашей работе [153].

2 Общий анализ трехвершинного петлевого процесса в сильном магнитном поле

Рассмотрим общий случай трехвершинного петлевого процесса в сильном магнитном поле, который описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 16.

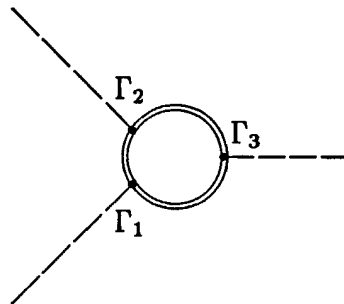


Рис. 16: Диаграмма Фейнмана для трехвершинного петлевого процесса в сильном магнитном поле. Двойные линии соответствуют электронным пропагаторам, построенным на основе точных решений уравнения Дирака во внешнем поле.

В процессе превращения фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино, $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$, две вершины являются векторными, например $\Gamma_1 = \Gamma_2 = V$, а третья может содержать, в рамках стандартной модели, векторную и аксиальную связи, $\Gamma_3 = V, A$, а также – при выходе за пределы

стандартной модели – скалярную и псевдоскалярную связи, $\Gamma_3 = S, P$.

Еще один трехвершинный петлевой процесс, в течение многих лет находящийся в поле внимания теоретиков – расщепление фотона на два фотона в магнитном поле, $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, который в вакууме запрещен кинематически. В данном процессе все три вершины являются векторными, $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \Gamma_3 = V$. Таким образом, в дальнейшем анализе две вершины, например, Γ_1 и Γ_2 , мы будем считать векторными и связанными с фотонами, а вершину Γ_3 оставим произвольной и связанной с соответствующим током.

Будем использовать пропагатор электрона в магнитном поле, см. Приложение В. Инвариантная амплитуда процесса, описываемого диаграммой на рис. 16, с учетом (В.1), (В.7) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & e^2 g_3 \int d^4 X d^4 Y Sp\{(j_3 \Gamma_3) \tilde{S}^F(Y) (\varepsilon_2 \gamma) \tilde{S}^F(-X - Y) (\varepsilon_1 \gamma) \tilde{S}^F(X)\} \times \\ & \times e^{-ie(XFY)/2} e^{i(k_1 X - k_2 Y)} + (\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2), \end{aligned} \quad (5.1)$$

где $X = z - x$, $Y = x - y$, Γ_3 – матрица, соответствующая S, P, V или A вершине, g_3 – константа связи, j_3 – соответствующий квантовый объект (нейтринный ток или вектор поляризации фотона) в импульсном пространстве, ε_1 , k_1 и ε_2 , k_2 – векторы поляризации и 4-импульсы начальных фотонов.

Использование пропагатора вида (В.1), (В.2) в трехвершинной петле ведет в общем случае к очень громоздким выражениям. Относительно простые результаты были получены только для процесса расщепления фотона в двух случаях: в пределе слабого поля [150] и в сильном поле в приближении коллинеарной кинематики [91, 92].

Для анализа амплитуды процесса (5.1) в сильном поле целесообразно

но использовать асимптотическое выражение электронного пропагатора (В.10). Подставляя пропагатор в амплитуду, находим, что две ее части, отличающиеся перестановкой фотонов, пропорциональны величине поля B :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} \simeq & -\frac{i\alpha g_3 eB}{(4\pi)^2} \exp\left(-\frac{k_{1\perp}^2 + k_{2\perp}^2 + (k_1 k_2)_\perp}{2eB}\right) \exp\left(-i\frac{(k_1 \varphi k_2)}{2eB}\right) \times \\ & \times \int d^2p Sp \{ (j_3 \Gamma_3) S_{\parallel}(p+k_2) (\varepsilon_2 \gamma) S_{\parallel}(p) (\varepsilon_1 \gamma) S_{\parallel}(p-k_1) \} + \\ & + (\gamma_1 \leftrightarrow \gamma_2), \end{aligned} \quad (5.2)$$

где $S_{\parallel}(p) = 2\Pi_{-}((p\gamma)_{\parallel} + m_e)/(p_{\parallel}^2 - m_e^2)$. Следует заметить, что в амплитуде (5.2) проекционный оператор Π_{-} выделяет фотоны только одной поляризации (\perp) из двух возможных, см. (4.39)

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\parallel)} = \frac{F_{\alpha\beta} k_{\beta}}{\sqrt{(k F F k)}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(\perp)} = \frac{\tilde{F}_{\alpha\beta} k_{\beta}}{\sqrt{(k \tilde{F} \tilde{F} k)}}. \quad (5.3)$$

Используя стандартную процедуру, можно преобразовать шпур во втором члене выражения (5.2), с переставленными фотонами, к шпуру в первом члене, однако:

- это происходит с изменением знака для $\Gamma_3 = P, V, A$ (и появлением фактора $\sin[(k_1 \varphi k_2)/2eB]$ в результирующей амплитуде)
- и без изменения знака для $\Gamma_3 = S$ (и с появлением фактора $\cos[(k_1 \varphi k_2)/2eB]$ после суммирования).

Следовательно, когда величина магнитного поля является максимальным физическим параметром, $eB \gg k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2$; только амплитуда со скалярной вершиной линейно растет с полем.

3 Амплитуда и сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в модели с нарушенной лево - правой симметрией

Используя эффективный лагранжиан $\nu\nu e e$ - взаимодействия со скалярной связью (3.7), подставляя $\Gamma_3 = 1$, $g_3 = -4 \zeta G_F/\sqrt{2}$ и $j_3 = [\bar{\nu}_e(p_1)\nu_e(-p_2)]$ в амплитуду (5.2) и интегрируя по виртуальному импульсу в пределе сильного поля, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \frac{8\alpha G_F \zeta B}{\pi \sqrt{2} m_e B_e} [\bar{\nu}_e(p_1)\nu_e(-p_2)] \varepsilon_{1\alpha}^{(\perp)} \varepsilon_{2\beta}^{(\perp)} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{a^2} \times \\ & \times \left\{ [k_{1\parallel}^2 x(1-2x) + k_{2\parallel}^2 y(1-2y) - (k_1 k_2)_{\parallel}(1-4xy)] \tilde{\Lambda}^{\alpha\beta} - \right. \\ & - (1-2x)(1-2y) k_{1\parallel}^\alpha k_{2\parallel}^\beta + (1-4xy) k_{2\parallel}^\alpha k_{1\parallel}^\beta - \\ & \left. - 2x(1-2x) k_{1\parallel}^\alpha k_{1\parallel}^\beta - 2y(1-2y) k_{2\parallel}^\alpha k_{2\parallel}^\beta \right\}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$a = 1 - \frac{q_{\parallel}^2}{m_e^2} xy - (1-x-y) \left(\frac{k_{1\parallel}^2}{m_e^2} x + \frac{k_{2\parallel}^2}{m_e^2} y \right), \quad (5.5)$$

где $q_{\parallel} = k_{1\parallel} + k_{2\parallel}$. Приведем амплитуду (5.4) к явно калибровочно инвариантной форме (3.1)

$$\mathcal{M} = \frac{\alpha G_F}{\pi \sqrt{2}} [\bar{\nu}_e(p_1) T_{\alpha\beta\mu\nu} \nu_e(-p_2)] f_1^{(\perp)\alpha\beta} f_2^{(\perp)\mu\nu}, \quad (5.6)$$

куда теперь войдут тензоры поля фотонов только одной поляризации

$$f_{\alpha\beta}^{(\perp)} = k_{\alpha\parallel} \varepsilon_{\beta}^{(\perp)} - k_{\beta\parallel} \varepsilon_{\alpha}^{(\perp)}.$$

Выражение для тензора $T_{\alpha\beta\mu\nu}$ при этом приобретает вид

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta\mu\nu} = & \frac{4\zeta B}{m_e B_e} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{a^2} \left\{ (1-4xy) \tilde{\Lambda}_{\alpha\nu} \tilde{\Lambda}_{\beta\mu} + \right. \\ & \left. + 4(1-x-y)(1-2x-2y) \frac{1}{q_{\parallel}^2} k_{1\parallel\alpha} \tilde{\Lambda}_{\beta\mu} k_{2\parallel\nu} \right\}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Отметим, что для преобразования амплитуды процесса к форме (5.6) необходимо использовать следующие нетривиальные интегральные тождества

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{Sx(1-2x) - Ty(1-2y)}{A^N} \equiv 0, \quad (5.8)$$

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{Zy(1-2y) + S(1-x-y)(1-2x-2y)}{A^N} \equiv 0, \quad (5.9)$$

$$A = 1 - Zxy - (1-x-y)(Sx + Ty), \quad (5.10)$$

где Z, S, T – произвольные параметры, N – произвольное целое число, в данном случае $N = 2$. Ранее уже использовалось тождество (5.8) для случая $N = 1$, см. (3.19).

Выражение для амплитуды упрощается в двух предельных случаях (здесь уже подставлены векторы поляризации $\varepsilon_{1,2}^{(\pm)}$, см. (5.3)):

а) при низких энергиях фотонов, $\omega \lesssim m_e$

$$\mathcal{M} \simeq \frac{8\alpha}{3\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\zeta}{m_e} \frac{B}{B_e} [\bar{\nu}_e(p_1) \nu_e(-p_2)] \sqrt{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}; \quad (5.11)$$

б) при высоких энергиях фотонов, $\omega \gg m_e$, в главном логарифмическом приближении:

$$\mathcal{M} \simeq \frac{16\alpha}{\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \zeta \frac{B}{B_e} m_e^3 [\bar{\nu}_e(p_1) \nu_e(-p_2)] \frac{1}{\sqrt{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}} \ln \frac{\sqrt{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}}{m_e^2}. \quad (5.12)$$

Вычисляя стандартным путем сечения обоих процессов $\gamma\gamma \rightarrow (\nu_e)_L(\bar{\nu}_e)_L$ и $\gamma\gamma \rightarrow (\nu_e)_R(\bar{\nu}_e)_R$, получаем, что они равны, $\sigma_{LL} = \sigma_{RR} \equiv \sigma$. В двух ука-

занных предельных случаях выражения для сечения имеют вид

$$\sigma(\omega \lesssim m_e) \simeq \frac{2\alpha^2 G_F^2 \zeta^2}{9\pi^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \frac{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}{m_e^2}, \quad (5.13)$$

$$\sigma(\omega \gg m_e) \simeq \frac{2\alpha^2 G_F^2 \zeta^2}{\pi^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \frac{m_e^6}{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2} \ln^2 \frac{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}{m_e^4}. \quad (5.14)$$

4 Проявления процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в астрофизике

Наблюдаемой величиной в астрофизике является потеря энергии из единицы объема звезды в единицу времени, обусловленная выходом нейтрино (нейтринная излучательная способность – emissivity). Для процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ она записывается в виде

$$Q = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega_1/T} - 1} \int \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{\omega_2/T} - 1} \times \\ \times (\omega_1 + \omega_2) \frac{(k_1 k_2)}{\omega_1 \omega_2} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}), \quad (5.15)$$

где T – температура фотонного газа. В выражении (5.15) учтено, что в рассматриваемом процессе участвуют фотоны только одной поляризации. Поскольку только “стерильное” (анти)нейтрино из пары, см. (3.8), свободно вылетает из горячей и плотной звездной среды (другое, участвующее в стандартном взаимодействии, имеет малую длину пробега и поглощается), в качестве сечения подставляем $(\sigma_{LL} + \sigma_{RR})/2 = \sigma$.

а) Случай низких температур, $T \lesssim m_e$.

В этом случае, подставляя (5.13) в (5.15), получим

$$Q_{(B)} \simeq 2.5 \cdot 10^{13} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{с}} \left(\frac{\zeta}{0.013}\right)^2 \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^{11}. \quad (5.16)$$

Сравним эту величину со вкладами в нейтринную излучательную способность за счет других механизмов в процессе $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$, обсуждавшихся

в главе 3. Например, для вклада за счет ненулевой массы нейтрино в работе [65] получено

$$Q_{(m_\nu)} \simeq 0.4 \cdot 10^5 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{с}} \left(\frac{m_\nu}{1 \text{эВ}} \right)^2 \left(\frac{T}{m_e} \right)^{11}. \quad (5.17)$$

С другой стороны, подставляя сечение, найденное с учетом нелокальности слабого взаимодействия [68], в выражение (5.15), находим

$$Q_{(\text{nloc})} \simeq 10 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{с}} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{13}. \quad (5.18)$$

Видно, что для $B \gtrsim B_e$, даже в случае очень малого смешивания $\zeta \sim 10^{-5}$, индуцированный полем механизм реакции $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ доминирует над всеми другими механизмами.

б) Случай высоких температур, $T \gg m_e$.

В случае высоких температур, подставляя (5.14) в (5.15), получим

$$Q_{(B)} \simeq 0.4 \cdot 10^{12} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{с}} \left(\frac{\zeta}{0.013} \right)^2 \left(\frac{B}{B_e} \right)^2 \left(\frac{T}{m_e} \right)^3 \ln^5 \frac{T}{m_e}. \quad (5.19)$$

Для численной оценки рассмотрим взрыв сверхновой с генерацией очень сильного магнитного поля $B \sim 10^3 B_e$ [6, 8–10], с температурой $T \sim 35$ МэВ, типичной для коры сверхновой [1], и $V \sim 10^{19} \text{см}^3$. Для вклада рассматриваемого индуцированного полем процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в нейтринную светимость звезды (luminosity) получим

$$L \sim 10^{45} \frac{\text{эрг}}{\text{сек}} \left(\frac{\zeta}{0.013} \right)^2. \quad (5.20)$$

Эта величина оказывается малой по сравнению с типичной нейтринной светимостью сверхновой 10^{52} эрг/сек. Тем не менее, при напряженности

поля $B \gtrsim B_e$ этот механизм может доминировать над другими обсуждавшимися в литературе механизмами процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ по вкладу в нейтринную испускательную способность замагниченной звезды.

Как уже отмечалось выше, амплитуда (5.2) с векторной и аксиальной вершинами, $\Gamma_3 = V, A$, не содержит линейно растущего с полем вклада в пределе сильного поля, $eB \gg k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2$. Это означает, что амплитуды как для процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ со стандартным $\nu\nu e e$ – взаимодействием, так и для расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ не зависят от поля в этом пределе. Отметим также, что нейтрино, рождающиеся в стандартном взаимодействии, за счет такого же взаимодействия интенсивно поглощаются горячей и плотной звездной средой, и, таким образом, не могут давать вклада в остывание центральной области взрывающейся сверхновой.

5 Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле

Как уже отмечалось, и в вакууме и в сильном магнитном поле у процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ имеется конкурирующий канал с дополнительным фотоном, $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$, несмотря на лишний фактор α .

В недавней работе [19] изучался, в частности, вклад в остывание звезд от петлевого процесса фоторождения нейтринной пары на ядре

$$\gamma + Ze \rightarrow Ze + \gamma + \nu + \bar{\nu} \quad (5.21)$$

в сильном внешнем магнитном поле, и сделан важный вывод, что вклад этого процесса может конкурировать со вкладом URCA - процессов. Таким образом, процесс (5.21) необходимо было бы учитывать при описании остывания сильно замагниченной нейтронной звезды, как еще один

канал нейтринных потерь энергии.

Покажем, что с учетом дисперсии фотона в сильном магнитном поле катализирующее влияние поля на процесс (5.21) значительно уменьшается. Этот эффект не был учтен в работе [19], в результате чего вклад данного процесса оказался завышен на много порядков.

Амплитуду реакции фоторождения нейтринной пары на ядре (5.21) можно получить из амплитуды процесса взаимодействия трех фотонов и нейтринной пары, например:

$$\gamma + \gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}, \quad (5.22)$$

диаграмма Фейнмана для которого изображена на рис. 17. Как известно,

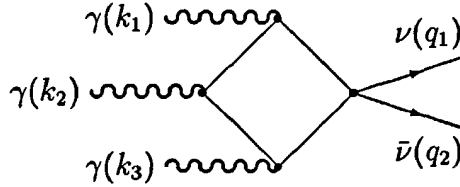


Рис. 17: Диаграмма Фейнмана для процесса $\gamma + \gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$.

см., например [80], в интенсивном магнитном поле трехфотонные процессы вида (5.22) усилены по сравнению с соответствующими двухфотонными процессами, поскольку амплитуда процессов типа (5.22) с векторно-аксиальным нейтринным током в пределе сильного поля линейно растет с полем, тогда как для процессов типа $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ амплитуда с таким нейтринным током перестает зависеть от поля.

Амплитуда процесса (5.22) в сильном магнитном поле может быть представлена в следующей ковариантной форме [80]:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -\frac{8e^3 G_F eB m_e^2}{\sqrt{2}\pi^2} (\varepsilon_1 \tilde{\varphi} k_1) (\varepsilon_2 \tilde{\varphi} k_2) (\varepsilon_3 \tilde{\varphi} k_3) \times \\ & \times [C_V (j \tilde{\varphi} k_4) + C_A (j \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} k_4)] I(k_1, k_2, k_3), \end{aligned} \quad (5.23)$$

где C_V , C_A — векторная и аксиальная константы эффективного $\nu\nu e e$ — лагранжиана (1.1), $\varepsilon_{1,2,3}$ и $k_{1,2,3}$ — 4-векторы поляризации и 4-импульсы фотонов, $j_\alpha = [\bar{\nu}(q_1)\gamma_\alpha(1 + \gamma_5)\nu(-q_2)]$ — фурье-образ нейтринного тока, $k_4 = q_1 + q_2$ — 4-импульс нейтринной пары.

Формфактор $I(k_1, k_2, k_3)$ имеет вид трехкратного интеграла по фейнмановским переменным:

$$I(k_1, k_2, k_3) = \frac{1}{D} \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y dz \left\{ \frac{a(k_1, k_2, k_3)}{[m_e^2 - b(k_1, k_2, k_3)]^3} + \right. \\ \left. + \{k_1 \leftrightarrow k_2\} + \{k_2 \leftrightarrow k_3\} \right\}. \quad (5.24)$$

Здесь обозначено

$$D = k_1^2(k_2k_3) + k_2^2(k_1k_3) + k_3^2(k_1k_2) + 2(k_1k_2)(k_1k_3) + \\ + 2(k_1k_2)(k_2k_3) + 2(k_1k_3)(k_2k_3), \quad (5.25)$$

$$a(k_1, k_2, k_3) = k_1^2(1-x)^2 - k_2^2y(1-y) + k_3^2z^2 + \quad (5.26)$$

$$+ (k_1k_2)(1-2x)(1-y) + (k_1k_3)[1-x-z(1-2x)] - (k_2k_3)y(1-2z),$$

$$b(k_1, k_2, k_3) = k_1^2x(1-x) + k_2^2y(1-y) + k_3^2z(1-z) + \quad (5.27)$$

$$+ 2(k_1k_2)(1-x)y + 2(k_1k_3)(1-x)z + 2(k_2k_3)(1-y)z.$$

В формулах (5.25) - (5.27) под скалярными произведениями вида $(k_i k_j)$ понимаются свертки типа $(k_i \tilde{\varphi} \tilde{\varphi} k_j)$.

В случае низких энергий фотонов, $\omega_{1,2,3} \ll m_e$, интеграл (5.24) легко вычисляется и равен

$$I(k_1, k_2, k_3) \simeq \frac{1}{60 m_e^8}. \quad (5.28)$$

При этом амплитуда (5.23) с учетом (5.28) соответствует эффективному локальному лагранжиану $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ – взаимодействия:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & -\frac{e^3 G_F e B}{45 \sqrt{2} \pi^2 m_e^6} \left(\frac{\partial A^\alpha}{\partial x_\beta} \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} \right)^3 \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial x_\sigma} [\bar{\nu} \gamma^\rho (1 + \gamma_5) \nu] [C_V \tilde{\varphi}_{\rho\sigma} + C_A (\tilde{\varphi} \tilde{\varphi})_{\rho\sigma}]. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Отметим, что $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ – взаимодействие в пределе низких энергий изучалось ранее в работе [80], однако полученный там лагранжиан завышен в 2 раза.

Анализируя амплитуду (5.23) по размерности на предмет зависимости от характерной энергии фотонов $|k_1| \sim |k_2| \sim |k_3| \sim \omega$ в предельных случаях малых и больших энергий, можно видеть существенное различие, а именно, при переходе от малых значений ω к большим рост амплитуды с энергией, вида $\sim \omega^5$, заменяется на падение по закону $\sim \omega^{-3}$.

При вычислении амплитуды процесса (5.21) на ядре в локальном пределе эффективного $\gamma\gamma\gamma\nu\bar{\nu}$ – взаимодействия (5.29) необходимо учитывать влияние сильного магнитного поля на дисперсионные свойства фотонов, как реальных, так и виртуального. Это влияние, как мы покажем, имеет решающее значение. Напомним, что в сильном магнитном поле в процессе (5.21) участвуют фотоны только “поперечной” поляризации из двух возможных поляризаций (4.39).

Для виртуального фотона вместо вакуумного выражения для пропагатора $\sim q^{-2}$ необходимо использовать пропагатор с учетом поляризации вакуума в магнитном поле

$$D^{(B)}(q_\parallel^2, q_\perp^2) = \frac{1}{q^2 - \Pi(q_\parallel^2)}, \quad (5.30)$$

здесь $q_\parallel^2 = q_0^2 - q_z^2$, $q_\perp^2 = q_x^2 + q_y^2$, $q^2 = q_\parallel^2 - q_\perp^2$ (магнитное поле направлено

вдоль оси z), $\Pi(q_{\parallel}^2)$ – поляризационный оператор фотона в поле, который в случае сильного поля, $B \gg B_e$, и в приближении $|q_{\parallel}^2| \ll m_e^2$ принимает простой вид [49]

$$\Pi(q_{\parallel}^2) \simeq -\frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e} q_{\parallel}^2. \quad (5.31)$$

Удобно ввести безразмерный параметр, которым будет определяться влияние поля во всех последующих выражениях:

$$\beta = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e}. \quad (5.32)$$

При величинах поля $10^3 B_e$ и $10^4 B_e$ параметр β принимает значения соответственно 0.77 и 7.7, то есть малым считаться не может. С учетом (5.31), (5.32), а также принимая во внимание, что для виртуального фотона, связанного с неподвижным ядром, $q_0 = 0$, пропагатор (5.30) можно переписать в виде

$$D^{(B)} \simeq -\frac{1}{q_1^2 + (1 + \beta)q_z^2}. \quad (5.33)$$

С другой стороны, реальные фотоны, участвующие в процессе (5.21), также находятся под воздействием сильного магнитного поля, приводящим к перенормировке волновых функций:

$$\varepsilon_{\alpha} \longrightarrow \sqrt{\mathcal{Z}} \varepsilon_{\alpha}, \quad (5.34)$$

где перенормировочный множитель \mathcal{Z} с учетом (5.31) принимает вид

$$\mathcal{Z} = \left(1 - \frac{d\Pi(q_{\parallel}^2)}{dq_{\parallel}^2}\right)^{-1} = \frac{1}{1 + \beta}. \quad (5.35)$$

Кроме того существенно меняются кинематические свойства фотонов. Уравнение дисперсии фотона $k^2 - \Pi(k_{\parallel}^2) = 0$ с учетом (5.31) и (5.32) переписывается в виде $\omega^2 = k^2(1 + \beta \cos^2 \theta)/(1 + \beta)$, и элемент импульсного

пространства можно представить в форме

$$d^3k = (1 + \beta) \omega^2 d\omega dy d\varphi, \quad y = \cos \theta \sqrt{1 + \beta} / \sqrt{1 + \beta \cos^2 \theta},$$

где θ, φ – полярный и азимутальный углы.

Используя эффективный лагранжиан (5.29), учитывая влияние магнитного поля на свойства фотонов (5.30) - (5.35) и подставляя векторы поляризации реальных фотонов

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\pm)} = \sqrt{Z} \frac{(\tilde{\varphi}k)_{\alpha}}{\sqrt{k_{\parallel}^2}}, \quad (5.36)$$

амплитуду процесса (5.21) можно представить в следующем виде

$$\mathcal{M} = \frac{32\pi\alpha Z G_F}{5\sqrt{2}m_e^4} \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{2m_N q_z \sqrt{k_{1\parallel}^2 k_{2\parallel}^2}}{q_1^2 + (1 + \beta)q_z^2} [C_V(j\tilde{\varphi}k_4) + C_A(j\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}k_4)], \quad (5.37)$$

где m_N – масса ядра, q – импульс, переданный ядру, $q^{\alpha} = (0, \mathbf{q})$. Наше выражение для амплитуды (5.37) существенно отличается от результата работы [19], где не учтено влияние сильного магнитного поля на дисперсионные свойства фотонов.

Имеющая важное в астрофизических приложениях значение величина – энергия, уносимая нейтрино из единицы объема звезды за единицу времени. Она определяется через амплитуду процесса (5.21) следующим образом

$$Q_{\nu} = \frac{(2\pi)^4 n_N}{2m_N} \int |\mathcal{M}|^2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \delta^4(k_1 - k_2 - q_1 - q_2 - q) \times \quad (5.38)$$

$$\times \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2\omega_1} f(\omega_1) \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2\omega_2} [1 + f(\omega_2)] \frac{d^3q_1}{(2\pi)^3 2\varepsilon_1} \frac{d^3q_2}{(2\pi)^3 2\varepsilon_2} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2m_N},$$

где n_N – концентрация ядер, ε_1 и ε_2 – энергии нейтрино и антинейтрино, $f(\omega) = [\exp(\omega/T) - 1]^{-1}$ – функция плотности равновесного фотонного газа при температуре T .

Подставляя амплитуду (5.37), для объемной плотности мощности излучения Q_ν находим следующее выражение

$$Q_\nu = \frac{8(2\pi)^9}{225} Z^2 \alpha^2 G_F^2 m_e^6 n_N \left(\frac{T}{m_e}\right)^{14} J(\beta). \quad (5.39)$$

Зависимость от полевого параметра (5.32) определяется интегралом

$$\begin{aligned} J(\beta) = & \beta^2 \int_{-1}^1 du (1-u^2) \int_{-1}^1 dv (1-v^2) \int_0^1 ds s^3 (1-s)^8 \int_0^1 dr r^2 \times \\ & \times \int_{-1}^1 dx [u - sv - (1-s)rx]^2 (1-r^2x^2) \times \\ & \times \left[\overline{C}_V^2 (1-r^2) + \overline{C}_A^2 r^2 (1-x^2) \right] \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_2}{2\pi} \frac{1}{[F(\beta)]^2}, \end{aligned} \quad (5.40)$$

где

$$\begin{aligned} F(\beta) = & (1+\beta) \left\{ 1 - u^2 + s^2(1-v^2) - 2s\sqrt{1-u^2}\sqrt{1-v^2} \cos \varphi_1 + \right. \\ & + [u - sv - (1-s)rx]^2 \left. \right\} - 2\sqrt{1+\beta}(1-s)r\sqrt{1-x^2} \times \\ & \times \left[\sqrt{1-u^2} \cos \varphi_2 - s\sqrt{1-v^2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \right] + (1-s^2)r^2(1-x^2). \end{aligned} \quad (5.41)$$

Стоящие под знаком интеграла (5.40) константы $\overline{C}_V^2 = 0.93$ и $\overline{C}_A^2 = 0.75$ есть результат суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов ν_e, ν_μ, ν_τ . Результат численного вычисления интеграла (5.40) представлен на рис. 18. Видно, что учет влияния сильного магнитного поля на дисперсию фотона принципиально изменяет зависимость мощности нейтринных потерь энергии от величины поля, а именно, вместо квадратичной зависимости происходит выход на константу. С учетом этого для величины Q_ν находим верхнюю границу в асимптотически сильном поле

$$Q_\nu \lesssim 2.3 \cdot 10^{27} \left(\frac{T}{m_e}\right)^{14} \left\langle \frac{Z^2}{A} \right\rangle \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\text{с}}, \quad (5.42)$$

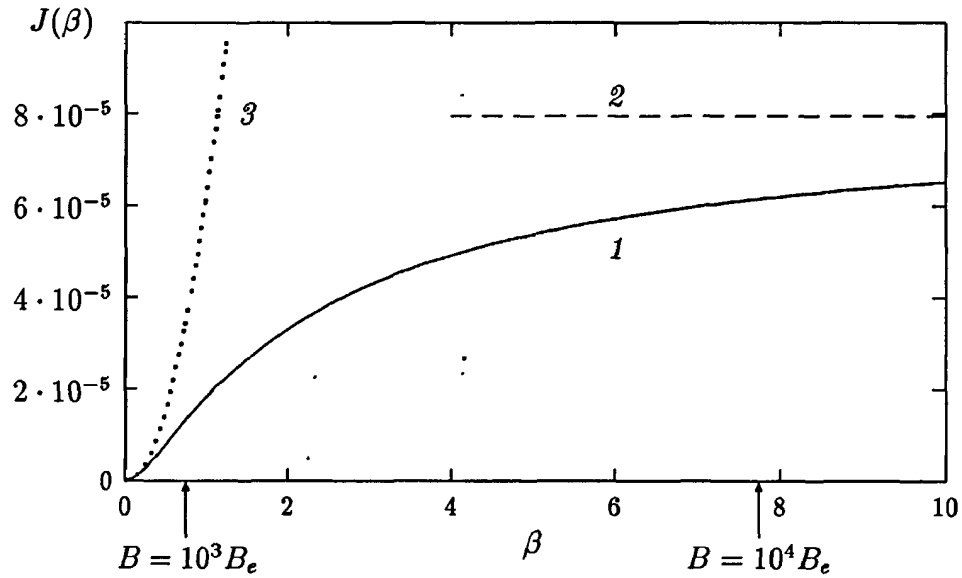


Рис. 18: Зависимость функции $J(\beta)$ от полевого параметра β (линия 1). Линией 2 показана асимптотика функции при больших значениях β , $J(\beta) \rightarrow 8 \cdot 10^{-5}$. Линия 3 изображает зависимость $\sim \beta^2$, которая имела бы место без учета влияния магнитного поля на дисперсию фотонов.

где Z, A – зарядовое и массовое числа ядра, усреднение производится по всем ядрам, $\rho_0 = 2.8 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ – характерная ядерная плотность, ρ – средняя плотность звезды. Сравнение результата (5.42) с мощностью нейтринных потерь энергии за счет стандартного канала – модифицированного URCA-процесса [154, 155]

$$Q_\nu(\text{URCA}) \sim 10^{27} \left(\frac{T}{m_e} \right)^8 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{2/3} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{с}}, \quad (5.43)$$

на первый взгляд, подтверждает вывод работы [19] о конкуренции рассматриваемого процесса (5.21) с URCA-процессами. Однако более тщательный анализ формулы (5.42) показывает, что это утверждение является неверным. Дело в том, что возникший в формуле (5.39) и в аналогичных формулах работы [19] большой числовой множитель происходит

от интеграла по энергиям начального фотона ω_1 ($x = \omega_1/T$)

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{13} dx}{e^x - 1} = 13! \zeta(14) = \frac{(2\pi)^{14}}{24} \simeq 6.2 \cdot 10^9. \quad (5.44)$$

Очевидно, однако, что интеграл (5.44) набирает свою величину в области значений аргумента $x \sim 10 \div 20$ ($\omega_1 \sim (10 \div 20)T$). Следовательно, поскольку амплитуда (5.37) процесса получена в приближении $\omega \lesssim m_e$, следующее из нее выражение для мощности нейтринных потерь энергии может быть справедливым при температурах фотонного газа $T \lesssim (1/10) m_e$, но оно заведомо неприменимо при температурах $T \sim m_e$. Таким образом, предположение, сделанное в работе [19], что фактор $(T/m_e)^{14}$ можно брать порядка единицы, является ошибочным. С учетом указанной области применимости получаем, что $(T/m_e)^{14} \lesssim 10^{-14}$.

Таким образом, фоторождение нейтрино на ядрах не может конкурировать с URCA - процессами в сколь угодно сильном магнитном поле.

6 Расщепление фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле

6.1 Введение

Процесс расщепления фотона на два фотона является еще одним ярким примером процесса, кинематически запрещенного в вакууме, но открытого во внешнем электромагнитном поле, изменяющем дисперсионные свойства фотонов.

Теоретическое исследование данного процесса имеет довольно длинную историю, см. например обзор [89]. Впервые правильные формулы для расщепления фотона во внешнем постоянном и однородном маг-

нитном поле были получены в начале 70-х годов в работах [156, 157]. В них процесс расщепления анализировался при малых энергиях фотонов ($\omega \ll m_e$) в слабом магнитном поле ($B \ll B_e$), с использованием эффективного лагранжиана Гейзенберга - Эйлера. При этом отмечалось, что низший неисчезающий вклад в амплитуду распада дает однопетлевая шестиугольная диаграмма с тремя линиями внешнего поля, что приводит к характерной кубической зависимости от напряженности магнитного поля. Более детальное исследование процесса было проведено Адлером в работе [150]. С учетом правил отбора по поляризациям была вычислена единственная разрешенная в коллинеарном пределе амплитуда процесса при энергии распадающегося фотона меньше порога рождения электрон-позитронной пары ($\omega \leq 2m$). Величина поля считалась произвольной. Использовалась стандартная диаграммная техника Фейнмана, где пропагаторы виртуальных электронов в магнитном поле записывались в представлении собственного времени Фока-Швингера. Аналогичные вычисления в пределе скрещенного поля были проведены в работах [158, 159]. Позже процесс $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ рассматривался также в работах [160, 161].

Недавние достижения в астрофизике вновь привлекли внимание к индуцированному магнитным полем расщеплению фотона. Предполагается, что данный процесс мог бы объяснить специфику спектров наблюдаемых γ -вспышек [162], природа которых до сих пор неясна [163]. Существует ряд моделей, где источниками γ -вспышек являются астрофизические катаклизмы типа взрывов сверхновых или слияний нейтронных звезд, в которых могут развиваться сильные магнитные поля, значительно превышающие критическое значение и достигающие величин порядка

$10^{16} - 10^{17}$ Гс [6, 8–10].

В работах [90–93] было продолжено изучение процесса расщепления фотона в сильном магнитном поле в связи с его возможными астрофизическими приложениями. При этом использовался коллинеарный предел, в котором возможна лишь одна конфигурация начальных и конечных поляризаций фотонов, $1 \rightarrow 22$ ($\gamma_{\parallel} \rightarrow \gamma_{\perp}\gamma_{\perp}$ в обозначениях Адлера [150]).

В данном разделе исследуется расщепление фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ с учетом того, что в сильном магнитном поле ($B \gg B_e$) дисперсия фотона [49] приводит к значительным отклонениям от коллинеарности кинематики данного процесса. В частном случае коллинеарной кинематики, когда все импульсы фотонов пропорциональны друг другу, наш результат совпадает с известным [91, 92].

6.2 Кинематика расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$

Дисперсионные свойства фотонов первой и второй мод в сильном магнитном поле описываются уравнением (4.38), где функции $\Pi^{(1,2)}$ должны быть подставлены в виде (4.42) и (4.43). Закон дисперсии для фотона второй моды изображен также на рис. 14, с. 114. Квадрат “массы” фотона $q^2 = q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2$ на этом рисунке есть расстояние по вертикали от дисперсионной кривой до прямой $q^2 = 0$. Для фотона первой моды, подставляя функцию (4.42) в уравнение (4.38), получим, что такой фотон имеет везде отрицательное и относительно малое значение q^2 . В действительности это имеет место, пока q_{\parallel}^2 ниже следующего циклотронного резонанса (4.41), при $q_{\parallel}^2 < (m_e + \sqrt{m_e^2 + 2eB})^2$, так как только в этой области справедливо приближение (4.42) для функции $\Pi^{(1)}$. Фотон моды 2 практически везде в области $4m_e^2 < q_{\parallel}^2 < (m_e + \sqrt{m_e^2 + 2eB})^2$ имеет также

относительно малое, но положительное значение q^2 . Это означает, что в случае, когда все три фотона процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ находятся в данной кинематической области, практически реализуется только коллинеарная кинематика. С другой стороны, известно, что в коллинеарном пределе отлична от нуля амплитуда только одного канала $1 \rightarrow 22$, который, однако, закрыт в этой области кинематически (квадрат “массы” начальной частицы меньше суммы квадратов “масс” конечных частиц).

Иная ситуация имеет место, когда конечный фотон моды 2 попадает в кинематическую область $q_{\parallel}^2 < 4m_e^2$ (нижняя ветвь на дисперсионной кривой рис. 14), где он может иметь большое по модулю отрицательное значение q^2 . В этом случае реализуется существенная неколлинеарность кинематики, что открывает новые каналы, запрещенные в коллинеарном пределе. Кроме того, амплитуда разрешенного канала $1 \rightarrow 22$, полученная в коллинеарном пределе, недостаточна для вычисления вероятности процесса.

Таким образом, важную роль в кинематике рассматриваемого процесса играет окрестность точки $q_{\parallel}^2 = 4m_e^2$, где q^2 велик по модулю. Как уже отмечалось, это обусловлено явлением циклотронного резонанса в поляризации вакуума в присутствии магнитного поля, когда поляризационный оператор имеет особенности корневого типа в точках, где виртуальные электрон и позитрон в петле, рис. 13, становятся реальными на уровнях Ландау, см. формулу (4.41). В пределе сильного поля, когда $q_0^2 \ll eB$, существенной остается только окрестность низшего резонанса, $n = n' = 0$, $q_{\parallel}^2 = 4m_e^2$. Следует отметить, что корневая особенность поляризационного оператора при $q_{\parallel}^2 = 4m_e^2$ не является характерной только для однопетлевого приближения, а обусловлена финитностью движения

электрона и позитрона в плоскости, перпендикулярной магнитному полю.

Тот факт, что поляризационный оператор велик в сильном поле и особенно вблизи циклотронного резонанса, указывает на необходимость учета больших радиационных поправок, которые сводятся к перенормировке волновых функций фотонов, см. (4.39), (4.40). В действительности в пределе сильного поля существенной является перенормировка только для фотона моды 2.

Приведенный анализ основан на использовании поляризационного оператора фотона в однопетлевом приближении. Оправданность такого подхода обусловлена тем, что радиационные поправки к поляризационному оператору в сильном магнитном поле имеют, как максимум, дважды логарифмическую зависимость от напряженности поля, $\sim \frac{\alpha}{\pi} \ln^2 \frac{B}{B_e}$, происходящую от массового оператора электрона [164] а в пределе $B/B_e \gg \alpha^{-1}$ характер зависимости становится однологарифмическим, $\sim \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \frac{B}{B_e}$ [102].

6.3 Амплитуда процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле

Процесс расщепления фотона в магнитном поле описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 19. Инвариантная амплитуда (5.1)

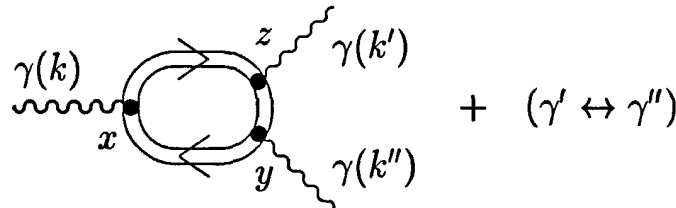


Рис. 19: Диаграмма Фейнмана для процесса расщепления фотона в магнитном поле.

для процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & e^3 \int d^4X d^4Y Sp\{\hat{\varepsilon}(k)\tilde{S}^F(Y)\hat{\varepsilon}(k'')\tilde{S}^F(-X-Y)\hat{\varepsilon}(k')\tilde{S}^F(X)\} \times \\ & \times e^{-ie(XFY)/2} e^{i(k'X-k''Y)} + (\varepsilon(k'), k' \leftrightarrow \varepsilon(k''), k''), \end{aligned} \quad (5.45)$$

где $X = z - x, Y = x - y$. Используя асимптотическое выражение для пропагатора электрона в сильном магнитном поле (В.10) и выполняя несложные интегрирования, получаем результат в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M} \simeq & -i \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} eB \int d^2p Sp\left\{\hat{\varepsilon}(k) \frac{(p_2\gamma)_{\parallel} + m_e}{(p_2)_{\parallel}^2 - m_e^2} \hat{\varepsilon}(k'') \frac{(p\gamma)_{\parallel} + m_e}{p_{\parallel}^2 - m_e^2} \times \right. \\ & \left. \times \hat{\varepsilon}(k') \frac{(p_1\gamma)_{\parallel} + m_e}{(p_1)_{\parallel}^2 - m_e^2} \Pi_{-}\right\} + (\varepsilon(k'), k' \leftrightarrow \varepsilon(k''), k''), \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$p_1 = p + k', \quad p_2 = p - k''.$$

Как показано в разделе 2, хотя каждое слагаемое в амплитуде линейно растет с полем, однако сумма такого роста не содержит. Действительно, если во втором слагаемом в (5.46) после вычисления шпура сделать замену переменных $p \rightarrow -p$, то оно в точности сокращает первое. Таким образом, использование асимптотического представления (В.10) для пропагатора позволяет доказать сокращение линейного по полю вклада в амплитуду, но не дает возможности выделить следующий член разложения по полю.

Анализ показывает, что выделение следующего члена разложения можно провести, подставляя в амплитуду (5.45) два пропагатора в асимптотической форме (В.10) и один – в виде (В.9), со всеми перестановками. Дальнейшие вычисления удобно производить, переходя от общего выражения (5.45) к парциальным амплитудам, связанным с фотонами, имеющими определенные поляризации (4.39), которые и являются ста-

ционарными состояниями в магнитном поле:

$$\mathcal{M}_{\lambda\lambda'\lambda''} = \mathcal{M}(\varepsilon^{(\lambda)}(k), \varepsilon^{(\lambda')}(k'), \varepsilon^{(\lambda'')}(k'')), \quad \lambda, \lambda', \lambda'' = 1, 2. \quad (5.47)$$

Таким образом, имеется четыре независимые амплитуды. В силу калибровочной инвариантности амплитуда рассматриваемого процесса исчезает при стремлении к нулю 4-импульса любого из фотонов. Это позволяет упростить вычисления, рассматривая “регуляризованную” амплитуду

$$\mathcal{M}_R(k', k'') = \mathcal{M}(k', k'') - \mathcal{M}(k', 0) - \mathcal{M}(0, k'') + \mathcal{M}(0, 0), \quad (5.48)$$

где добавочные слагаемые в действительности равны нулю, но амплитуда в виде (5.48) заведомо свободна от ультрафиолетовых расходимостей. Альтернативный путь, приводящий, как мы убедились, к тем же результатам, состоит в использовании размерной регуляризации при интегрировании в импульсном пространстве.

Мы получили следующие выражения для парциальных амплитуд с точностью до членов $O(1/B)$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{111} &= 0, \\ \mathcal{M}_{112} &= i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(k' \varphi k'')(k' \tilde{\varphi} k'')}{[(k'_{\perp})^2 (k''_{\parallel})^2 k_{\perp}^2]^{1/2}} H\left(\frac{(k''_{\parallel})^2}{4m_e^2}\right), \\ \mathcal{M}_{122} &= i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(k' \tilde{\Lambda} k'')}{[(k'_{\parallel})^2 (k''_{\parallel})^2 k_{\perp}^2]^{1/2}} \left\{ (k \Lambda k'') H\left(\frac{(k'_{\parallel})^2}{4m_e^2}\right) + \right. \\ &\quad \left. + (k \Lambda k') H\left(\frac{(k''_{\parallel})^2}{4m_e^2}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (5.49)$$

где функция $H(z)$ определена в (4.44).

Амплитуда \mathcal{M}_{222} имеет громоздкий вид. Мы приведем здесь только

ее асимптотическое выражение в пределе больших энергий фотонов

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{222} \simeq & -i 16\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(k' \varphi k'')(k' \tilde{\varphi} k'')}{[k_{\parallel}^2 (k')_{\parallel}^2 (k'')_{\parallel}^2]^{1/2}} \int_0^1 \frac{dx dy}{a(x, y)^2} \{ (k')_{\parallel}^2 (k'')_{\parallel}^2 (1-x)^2 + \\ & + 2k_{\parallel}^2 (k')_{\parallel}^2 x y^2 (1-xy) \} + (k' \leftrightarrow k''), \end{aligned} \quad (5.50)$$

где

$$a(x, y) = k_{\parallel}^2 x y (1-y) + (k')_{\parallel}^2 y (1-x) + (k'')_{\parallel}^2 (1-x)(1-y). \quad (5.51)$$

Отметим, что при вычислении этих парциальных амплитуд не использовались какие-либо кинематические ограничения на 4-импульсы k, k', k'' .

Как видно из выражений (5.49), (5.50), в коллинеарном пределе $k_{\alpha} \sim k'_{\alpha} \sim k''_{\alpha}$ парциальные амплитуды $\mathcal{M}_{112}, \mathcal{M}_{222}$ обращаются в ноль, а амплитуда \mathcal{M}_{122} отлична от нуля и в этом пределе совпадает с результатом работы [91]. Отметим однако, что коллинеарный предел в сильном поле не исчерпывает фазовый объем процесса $1 \rightarrow 22$, поэтому результат [91] недостаточен для вычисления вероятности расщепления.

6.4 Вероятность расщепления фотона

Рассматриваемый процесс является трехчастичным, однако его амплитуда не есть константа, в отличие от ситуации в вакууме, поскольку строится из инвариантов, содержащих не только 4-векторы импульсов частиц, но и тензор внешнего поля. Поэтому вычисление вероятности не сводится к умножению квадрата амплитуды на фазовый объем:

$$\begin{aligned} W_{\lambda\lambda'\lambda''}(\gamma \rightarrow \gamma'\gamma'') &= \frac{g}{32\pi^2\omega} \int |\mathcal{M}_{\lambda\lambda'\lambda''}|^2 Z_{\lambda} Z_{\lambda'} Z_{\lambda''} \times \\ &\times \delta(\omega_{\lambda}(k) - \omega_{\lambda'}(k') - \omega_{\lambda''}(k - k')) \frac{d^3 k'}{\omega_{\lambda'} \omega_{\lambda''}}, \end{aligned} \quad (5.52)$$

где множитель $g = 1 - \frac{1}{2}\delta_{\lambda\lambda'}$ введен для учета возможной тождественности фотонов в конечном состоянии, множители Z_λ учитывают возможные большие радиационные “поправки” в окрестности резонанса, сводящиеся к перенормировке волновой функции реального фотона с конкретным законом дисперсии $\omega = \omega_\lambda(k)$

С учетом свойств амплитуд (5.49), (5.50) и кинематики процесса $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$, описанной в подразделе 6.2, разрешенными каналами расщепления являются $1 \rightarrow 22$, $1 \rightarrow 12$, $2 \rightarrow 12$, $2 \rightarrow 22$. Отметим, что фотон моды 2 может распадаться на два фотона только в кинематической области $k_\parallel^2 = \omega^2 - k_\perp^2 > 4m_e^2$. Однако в этой области для него имеется “древесный” канал $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ [151], с существенно большей вероятностью распада

$$\frac{W(\gamma \rightarrow e^+ e^-)}{W(\gamma \rightarrow \gamma\gamma)} \sim \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{eB}{\omega^2} \right)^2 \gg 1. \quad (5.53)$$

С другой стороны, распад фотона моды 1 на электрон-позитронную пару закрыт при $\omega < m_e + \sqrt{m_e^2 + 2eB}$, и такой фотон в низшем неисчезающем приближении может распадаться только на два фотона. Следовательно, физический интерес с точки зрения возможных астрофизических приложений [162, 165] представляет вычисление вероятностей расщепления фотона по каналам $1 \rightarrow 22$ (разрешенный в коллинеарном пределе) и $1 \rightarrow 12$ (запрещенный в коллинеарном пределе).

Как видно из (5.52), вычисление вероятности является сложной математической задачей. Мы провели численный расчет вероятности расщепления, результаты которого справедливы при $\omega^2 \sin^2 \theta \ll eB$ (θ – угол между векторами импульса распадающегося фотона \mathbf{k} и напряженностью магнитного поля \mathbf{B}) и приведены на рис. 20 - 23. Видно, что при высоких энергиях фотона оба канала дают существенный вклад в

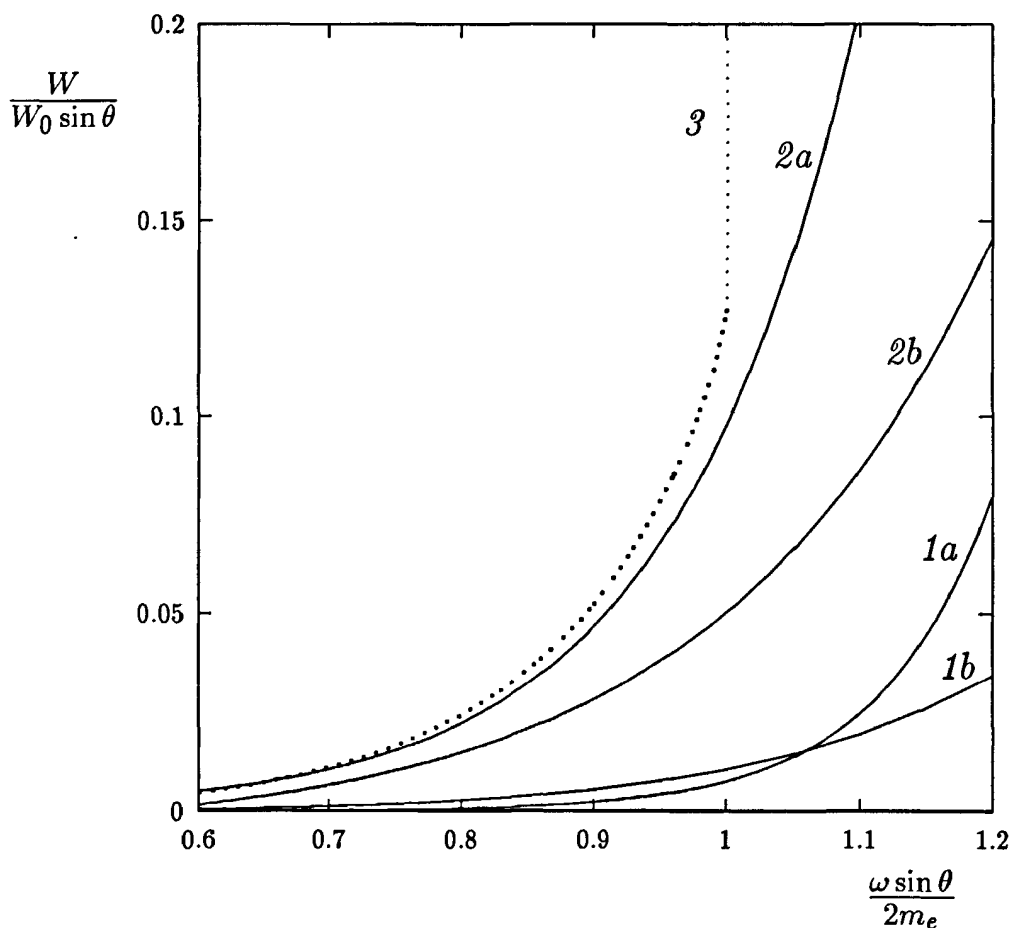


Рис. 20: Зависимость вероятности расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ от его энергии ниже и вблизи порога рождения пары ($\omega \sin \theta \lesssim 2m_e$):

$1a, 1b$ — для “запрещенного” канала $1 \rightarrow 12$ при напряженности магнитного поля $B = 10^2 B_e$ и $10^3 B_e$ соответственно;

$2a, 2b$ — для “разрешенного” канала $1 \rightarrow 22$ при напряженности магнитного поля $B = 10^2 B_e$ и $10^3 B_e$ соответственно;

3 — для “разрешенного” канала $1 \rightarrow 22$ в коллинеарном приближении, без учета больших радиационных поправок.

Здесь $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m_e$.

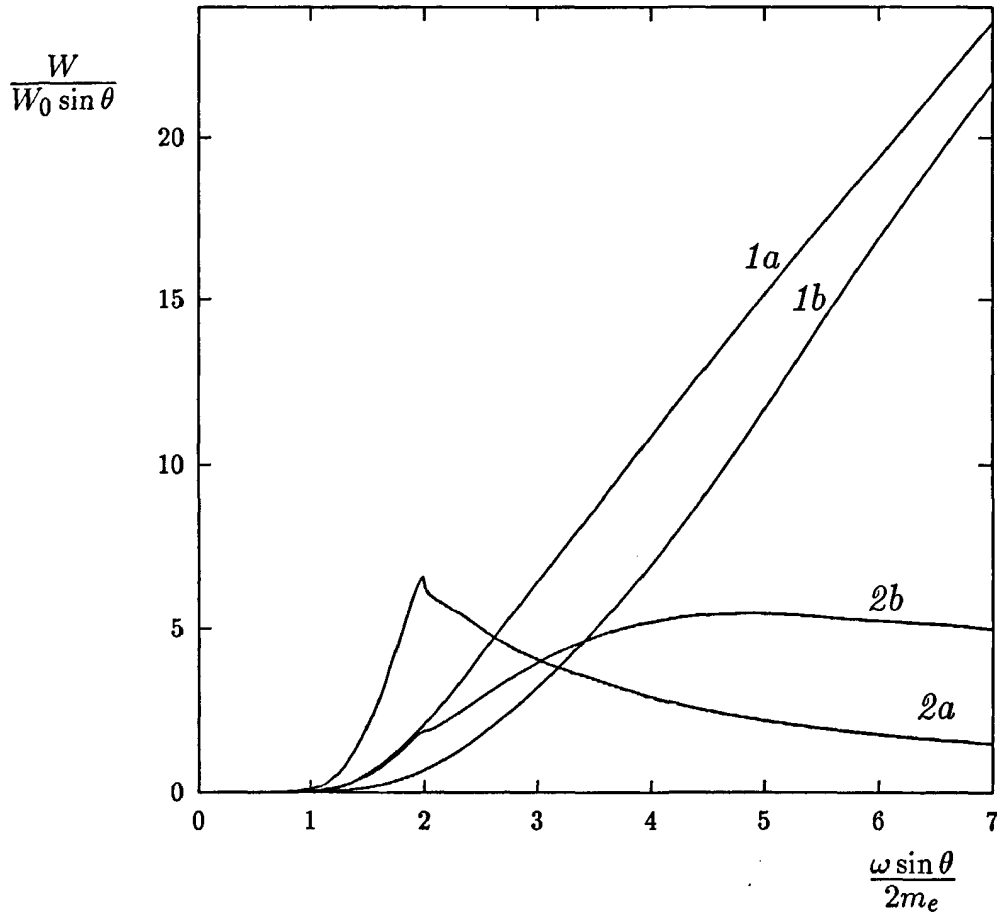


Рис. 21: Зависимость вероятности расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ от его энергии выше порога рождения пары:

$1a, 1b$ — для “запрещенного” канала $1 \rightarrow 12$ при напряженности магнитного поля $B = 10^2 B_e$ и $10^3 B_e$ соответственно;

$2a, 2b$ — для “разрешенного” канала $1 \rightarrow 22$ при напряженности магнитного поля $B = 10^2 B_e$ и $10^3 B_e$ соответственно.

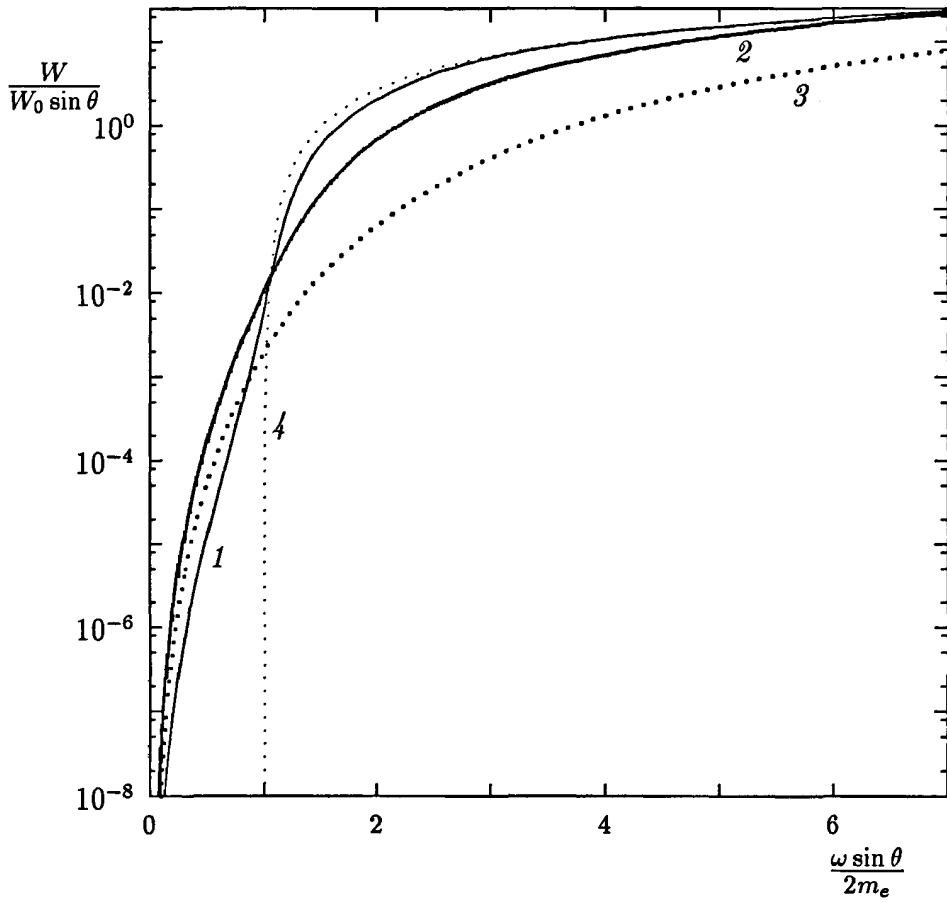


Рис. 22: Зависимость вероятности расщепления фотона по “запрещенному” каналу $1 \rightarrow 12$ от его энергии при различных значениях напряженности магнитного поля: $B = 100 B_e$ (линия 1); $10^3 B_e$ (линия 2); $10^4 B_e$ (линия 3). Линия 4 изображает вероятность, рассчитанную по асимптотической формуле (5.54).

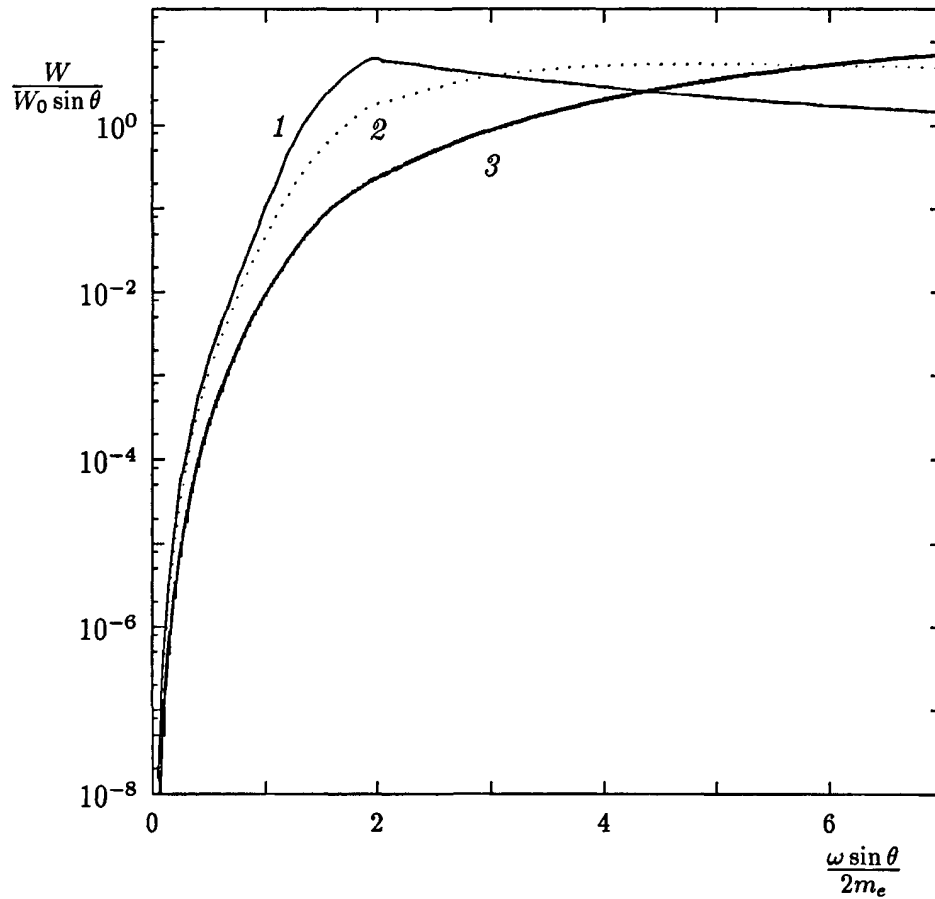


Рис. 23: Зависимость вероятности расщепления фотона по “разрешенному” каналу $1 \rightarrow 22$ от его энергии при различных значениях напряженности магнитного поля: $B = 100 B_e$ (линия 1); $10^3 B_e$ (линия 2); $10^4 B_e$ (линия 3).

вероятность распада, причем “запрещенный” канал $1 \rightarrow 12$ доминирует.

В асимптотическом пределе $m_e^2 \ll \omega^2 \sin^2 \theta \ll eB$ для канала $1 \rightarrow 12$ получено аналитическое выражение для полной вероятности распада:

$$W \simeq \frac{\alpha^3 m_e^2}{4\omega} \cdot \frac{1-x}{x^2} \left[1-x + 2x^2 + 2(1-x)(1+x)^2 \ln(1+x) + \right. \\ \left. + 2x^2 \frac{2-x^2}{1-x} \ln x \right], \quad x = \frac{2m_e}{\omega \sin \theta} \ll 1. \quad (5.54)$$

На рис. 22 этот результат изображен пунктирной линией 4. В системе отсчета, где импульс распадающегося фотона перпендикулярен напряженности магнитного поля \mathbf{B} , в этом же пределе получено выражение для спектра:

$$\frac{dW}{d\omega'} \simeq \frac{\alpha^3}{2} \cdot \frac{\sqrt{(\omega - \omega')^2 - 4m_e^2}}{\omega' + \sqrt{(\omega - \omega')^2 - 4m_e^2}}, \quad (5.55) \\ \frac{\omega}{2} - \frac{2m_e^2}{\omega} < \omega' < \omega - 2m_e,$$

где ω, ω' - энергии начального и конечного фотонов моды 1.

Глава VI

Массовый оператор электрона в сильном магнитном поле и динамическое нарушение киральной симметрии

Исследование асимптотических свойств диаграмм и операторов квантовой электродинамики в сверхсильных магнитных полях, $B \gg B_e$, представляет принципиальный интерес как с точки зрения выяснения границ применимости теории возмущений, так и в свете возможных применений в астрофизике и космологии ранней Вселенной. Исследования такого рода ведутся разными авторами достаточно давно, так, история вычисления массового оператора электрона в сильном магнитном поле насчитывает уже около 50 лет, см. например [98–103]. Важность получения точного выражения для массового оператора электрона во внешнем поле проявилась, в частности, при исследовании возможности динамической генерации массы электрона в рамках квантовой электродинамики в магнитном поле, называемой динамическим нарушением киральной симметрии. Это направление интенсивно развивается в литературе в последнее время, см., например [104–111]. Предполагается, что сценарий динамического нарушения киральной симметрии мог иметь место на стадии электрослабого фазового перехода в ранней Вселенной.

1 Массовый оператор электрона в сильном магнитном поле, дважды логарифмическая асимптотика

1.1 Однопетлевой вклад

Однопетлевой вклад в массовый оператор электрона в сильном магнитном поле был получен в работе [99] в приближении главных логарифмов в виде

$$M^{(1)} = m_0 \left(1 + \frac{\alpha}{4\pi} \ln^2 \frac{eB}{m_0^2} \right). \quad (6.1)$$

где m_0 – масса электрона в отсутствие поля.

Проиллюстрируем происхождение дважды логарифмического поведения. В квантовой электродинамике в вакууме массовый оператор электрона $\Delta M(p)$ определяется из уравнения Дайсона в импульсном представлении:

$$S(p) = S(p) - i S(p) \Delta M(p) S(p), \quad (6.2)$$

где $S(p)$ – “голый” пропагатор электрона (без учета радиационных поправок) в импульсном представлении, $\mathbb{S}(p)$ – “одетый” пропагатор (со всеми радиоправками). В магнитном поле, в силу трансляционной неинвариантности пропагатора $S^F(x, y)$, формула (B.1) Приложения B, переход в импульсное пространство требует аккуратности. “Голый” пропагатор электрона, но уже в магнитном поле, определяется в приближении сильного поля формулами (B.1), (B.10). “Одетый” пропагатор в магнитном поле, \mathbb{S}^F , в координатном представлении определяется, как и в вакууме, выражением

$$\mathbb{S}^F(x, y) \equiv \frac{\langle 0 | T (\Psi(x) \bar{\Psi}(y) \mathcal{S}) | 0 \rangle}{\langle 0 | \mathcal{S} | 0 \rangle}, \quad (6.3)$$

причем как здесь, так и в \mathcal{S} - матрице:

$$\mathcal{S} = T \exp \left(ie \int (\bar{\Psi} \hat{A} \Psi) d^4 x \right) \quad (6.4)$$

$\Psi(x)$ есть точное решение уравнения Дирака в магнитном поле.

В однопетлевом приближении пропагатор (6.3) изображается диаграммами Фейнмана на рис. 24 и имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbb{S}^{F(1)}(x, y) = & S^F(x, y) + (ie)^2 \int d^4 z_1 d^4 z_2 \times \\ & \times S^F(x, z_1) \gamma^\mu S^F(z_1, z_2) \gamma^\nu S^F(z_2, y) \mathcal{D}_{\mu\nu}(z_1 - z_2), \end{aligned} \quad (6.5)$$

где $\mathcal{D}_{\mu\nu}(z_1 - z_2)$ – пропагатор фотона.

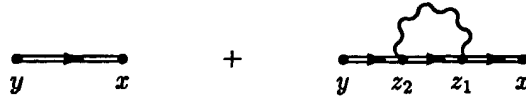


Рис. 24: Диаграмма Фейнмана для определения однопетлевого вклада в массовый оператор электрона в дважды логарифмической асимптотике. Двойные линии соответствуют пропагаторам электрона во внешнем магнитном поле.

Сумма трансляционно и калибровочно неинвариантных фаз пропагаторов S^F под интегралом в (6.5) может быть представлена в форме:

$$\Phi(x, z_1) + \Phi(z_1, z_2) + \Phi(z_2, y) = \Phi_{\square} + \Phi(x, y), \quad (6.6)$$

где Φ_{\square} – трансляционно и калибровочно инвариантная часть суммарной фазы:

$$\Phi_{\square} = \Phi(x, z_1) + \Phi(z_1, z_2) + \Phi(z_2, y) + \Phi(y, x). \quad (6.7)$$

Это позволяет представить “одетый” пропагатор в виде, аналогичном формуле (B.1) для “голого” пропагатора:

$$\mathbb{S}^{F(1)}(x, y) = e^{i\Phi(x, y)} \tilde{\mathbb{S}}^{F(1)}(x - y). \quad (6.8)$$

Используя формулу (B.8) из Приложения B, получаем:

$$\Phi_{\square} = -\frac{e}{2}(x - z_2)_{\mu} F^{\mu\nu}(z_1 - y)_{\nu}. \quad (6.9)$$

Выполняя в (6.5) технически несложные, но громоздкие интегрирования по пространственно-временным переменным z_1, z_2 , можно увидеть, что удобно ввести “продольные части” фурье-образов для “голого” пропагатора в сильном поле $\tilde{S}^F(X)$ в виде

$$\tilde{S}^F(X) = \frac{eB}{2\pi} \exp\left(-\frac{eBX_{\perp}^2}{4}\right) \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} S_{\parallel}^F(p_{\parallel}) e^{-i(pX)_{\parallel}}, \quad (6.10)$$

$$S_{\parallel}^F(p_{\parallel}) = i \frac{(p\gamma)_{\parallel} + m_0}{p_{\parallel}^2 - m_0^2} \Pi_{-}, \quad (6.11)$$

и, по аналогии с ним, для “одетого” пропагатора $\tilde{S}^{F(1)}(x - y)$,

$$\tilde{S}^{F(1)}(X) = \frac{eB}{2\pi} \exp\left(-\frac{eBX_{\perp}^2}{4}\right) \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} S_{\parallel}^{F(1)}(p_{\parallel}) e^{-i(pX)_{\parallel}}. \quad (6.12)$$

При этом для оператора $S_{\parallel}^{F(1)}(p_{\parallel})$ можно записать выражение, аналогичное уравнению (6.2), с учетом однопетлевого приближения, что позволит определить массовый оператор электрона в сильном магнитном поле:

$$S_{\parallel}^{F(1)}(p_{\parallel}) = \tilde{S}_{\parallel}^F(p_{\parallel}) - i \tilde{S}_{\parallel}^F(p_{\parallel}) \Delta M^{(1)}(p_{\parallel}) \tilde{S}_{\parallel}^F(p_{\parallel}). \quad (6.13)$$

В результате однопетлевой вклад в массу электрона получим в виде:

$$\begin{aligned} \Delta M^{(1)} &= -\frac{i\alpha}{2\pi^3} m_0 \int d^2k_{\perp} e^{-k_{\perp}^2/2eB} \times \\ &\times \int \frac{d^2k_{\parallel}}{[(k - p)_{\parallel}^2 - m_0^2](k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2)} \Big|_{p_{\parallel}^2 = m_0^2}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Совершая в интеграле (6.14) в плоскости k_0 виковский поворот $k_0 = i\tilde{k}_0$, при этом

$$k_{\parallel}^2 = -\tilde{k}_0^2 - k_3^2 \equiv -\tilde{k}_{\parallel}^2,$$

и учитывая, что основной вклад в интеграл происходит от области

$$k_{\perp}^2 \gg \tilde{k}_{\parallel}^2 \gg m_0^2,$$

получаем

$$\Delta M^{(1)} \simeq \frac{\alpha}{2\pi} m_0 \int_{m_0^2}^{\infty} \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} e^{-k_{\perp}^2/2eB} \int_{m_0^2}^{k_{\perp}^2} \frac{d\tilde{k}_{\parallel}^2}{\tilde{k}_{\parallel}^2}. \quad (6.15)$$

Видно, что результат содержит квадрат логарифма и совпадает со вторым слагаемым формулы (6.1).

1.2 Многопетлевые вклады

В работах Лоскутова и Скобелева [100, 101] была предпринята попытка вычислить двухпетлевой вклад, а затем и просуммировать все многопетлевые вклады в том же дважды логарифмическом приближении. Была использована разработанная авторами весьма эффективная техника “двумерной электродинамики” в сильном магнитном поле и показано, что лидирующий вклад в массовый оператор происходит от диаграмм типа “радуга”, см. рис. 25.

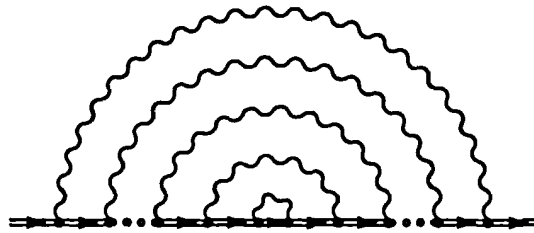


Рис. 25: Диаграмма типа “радуга”.

Результат суммирования по всем порядкам теории возмущений был получен в работе [101] в виде экспоненты:

$$M_{LS} = m_0 \exp \left(\frac{\alpha}{4\pi} \ln^2 \frac{eB}{m_0^2} \right). \quad (6.16)$$

Однако в недавней работе Гусынина и Смилги [103] суммирование по всем порядкам теории возмущений было проделано заново, с другим результатом:

$$M_{GS} = m_0 / \cos \left(\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \ln \frac{eB}{m_0^2} \right). \quad (6.17)$$

Очевидно, что здесь также собраны дважды логарифмические вклады, поскольку параметром разложения $\cos x$ является x^2 . При этом первые члены разложения обеих формул, (6.16) и (6.17), в ряд по α воспроизводят однопетлевой результат (6.1) работы [99]. Различие проявляется на двухпетлевом уровне, где соответствующие вклады из формул (6.16) и (6.17) имеют вид

$$\Delta M_{LS}^{(2)} = m_0 \frac{1}{32} \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^4 \frac{eB}{m^2}, \quad (6.18)$$

$$\Delta M_{GS}^{(2)} = m_0 \frac{5}{96} \frac{\alpha^2}{\pi^2} \ln^4 \frac{eB}{m_0^2}. \quad (6.19)$$

С точки зрения математики, в рамках использованного теми и другими авторами приближения, мы подтверждаем результат (6.19).

2 Однологарифмическая асимптотика массового оператора

Отметим, что формулы (6.1) и (6.19) имеют ограниченную область применимости, поскольку они получены без учета влияния сильного поля на поляризационный оператор виртуального фотона. Как было, по видимому, впервые показано в работе [102], с учетом поляризационных свойств фотона в сильном поле дважды логарифмическая асимптотика применима при $B \lesssim B_e/\alpha$. При бóльших значениях величины поля фотон приобретает эффективную массу, $m_\gamma^2 = (2\alpha/\pi)eB$. Возвращаясь к

формуле (6.14), мы должны заменить выражение $k^2 = k_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2$ в знаменателе, происходящее от пропагатора безмассового фотона, на выражение $k^2 - m_{\gamma}^2$, что принципиально меняет ответ, а именно, в одном из двух логарифмов масса электрона заменяется на “массу фотона”, при этом

$$\ln(eB/m_{\gamma}^2) \sim \ln(1/\alpha).$$

Таким образом, рост с полем одного из логарифмов останавливается, так что зависимость массового оператора электрона от поля становится не дважды, а однологарифмической:

$$\Delta M^{(1)} = m_0 \frac{\alpha}{2\pi} \left(\ln \frac{\pi}{\alpha} - \gamma_E \right) \ln \frac{eB}{m_0^2}, \quad (6.20)$$

где $\gamma_E = 0.577\dots$ – постоянная Эйлера.

3 Вклад высших уровней Ландау

Влияние магнитного поля на поляризационные свойства фотона следует учесть более детально. Как показал А.Е. Шабад, см., например, [49] и цитированные там более ранние работы, в магнитном поле пропагатор фотона может быть диагонализирован в подходящем базисе и представлен в виде

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}(k) = -i \sum_{\lambda=1}^3 \frac{1}{k^2 - \mathcal{P}^{\{\lambda\}}} \frac{b_{\mu}^{\{\lambda\}} b_{\nu}^{\{\lambda\}}}{(b^{\{\lambda\}})^2}, \quad (6.21)$$

где $b_{\mu}^{\{\lambda\}}$ – собственные векторы поляризационного оператора фотона $\mathcal{P}_{\mu\nu}$

$$b_{\mu}^{\{1\}} = (k\varphi)_{\mu}, \quad b_{\mu}^{\{2\}} = (k\tilde{\varphi})_{\mu}, \quad b_{\mu}^{\{3\}} = k^2(k\varphi\varphi)_{\mu} - k_{\mu}(k\varphi\varphi k), \quad (6.22)$$

а $\mathcal{P}^{\{\lambda\}}$ – его собственные значения. Как известно, в сильном поле, когда электроны, как реальные, так и виртуальные, занимают основной

уровень Ландау, во всех процессах электрон - фотонных взаимодействий участвуют только фотоны с поляризацией $\lambda = 2$ (в обозначениях Адлера [150] – поперечной). Учитывая тот факт, что масса электрона является физической величиной и, следовательно, не зависит от калибровки, удобно вычислять ее в такой калибровке, где пропагатор фотона этой моды приобретает вид [102]

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}^{\{2\}}(k) = -i \mathcal{D}(k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2) \tilde{\Lambda}_{\mu\nu}, \quad \mathcal{D}(k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2) = \frac{1}{k^2 - \mathcal{P}^{\{2\}}(k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2)}. \quad (6.23)$$

Для вычисления массового оператора электрона в главном логарифмическом приближении достаточно знать поляризационный оператор фотона моды 2 в однопетлевом приближении [49]:

$$\mathcal{P}^{\{2\}}(k_{\perp}^2, k_{\parallel}^2) = -\frac{2\alpha}{\pi} eB \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2eB}\right) H\left(\frac{k_{\parallel}^2}{4m_0^2}\right) + \frac{\alpha}{3\pi} k^2 \ln \frac{eB}{m_0^2}. \quad (6.24)$$

Здесь первое слагаемое обусловлено вкладом виртуальных электронов на основном уровне Ландау, второе слагаемое происходит от высших уровней Ландау. Функция $H(z)$ определена в (4.44). В интересующей нас области значений параметров $|k_{\parallel}^2| \gg 4m_0^2$ имеем $H(z) \simeq -1$, поэтому первое слагаемое в (6.24) приобретает смысл квадрата массы фотона $m_{\gamma}^2 = (2\alpha/\pi)eB$, индуцированной магнитным полем. С учетом этого, подставляя (6.24) в (6.23), для функции $\mathcal{D}(k^2)$ получаем, домножая на α :

$$\alpha \mathcal{D}(k^2) = \frac{\alpha}{k^2 - k^2 (\alpha/3\pi) \ln(eB/m_0^2) - m_{\gamma}^2(\alpha)}. \quad (6.25)$$

Из выражения (6.25) видно, что вклад высших уровней Ландау приводит к перенормировке заряда электрона в сильном магнитном поле

$$\alpha_R = \frac{\alpha}{1 - (\alpha/3\pi) \ln(eB/m_0^2)}. \quad (6.26)$$

В результате выражение (6.25) может быть представлено в виде

$$\alpha \mathcal{D}(k^2) = \frac{\alpha_R}{k^2 - m_\gamma^2(\alpha_R)}. \quad (6.27)$$

Таким образом, в сильном магнитном поле фотон моды 2 проявляет себя, как массивный векторный бозон, взаимодействующий с электроном с перенормированной константой связи α_R .

4 Многопетлевой вклад в массовый оператор электрона

Для n -петлевого вклада в массовый оператор электрона в приближении главных логарифмов, которое определяется диаграммами типа “радуга”, но с учетом поляризации вакуума, см. рис. 26, мы получили

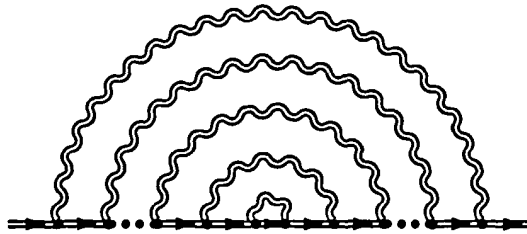


Рис. 26: Диаграмма типа “радуга” с учетом поляризации вакуума.

$$\Delta M^{(n)} = m_0 \left[\frac{\alpha_R}{2\pi} \left(\ln \frac{\pi}{\alpha_R} - \gamma_E \right) \ln \frac{eB}{m_0^2} \right]^n. \quad (6.28)$$

Окончательно, суммируя вклады всех порядков, получаем массовый оператор электрона в сильном магнитном поле в следующем виде [166]

$$M = \frac{m_0}{1 - (\alpha_R/2\pi) [\ln(\pi/\alpha_R) - \gamma_E] \ln(eB/m_0^2)}. \quad (6.29)$$

Отметим, что наше выражение (6.29) для массового оператора электрона в однологарифмической полевой асимптотике отличается от ана-

логичного результата, полученного в работе [102], который имеет вид

$$M = m_0 \exp \left(\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{\pi}{\alpha} \ln \frac{eB}{m_0^2} \right). \quad (6.30)$$

С точностью до первого порядка по параметру $\alpha \ln(eB/m_0^2)$ результаты (6.29) и (6.30) почти совпадают¹ и сводятся к нашей формуле (6.20). Однако уже во втором порядке по $\alpha \ln(eB/m_0^2)$ результаты существенно различаются по двум причинам. Во-первых, в работе [102], по-видимому, допущена арифметическая ошибка при вычислении n -петлевой диаграммы типа “радуга”, что привело к неправильному суммированию ряда. Во-вторых, авторы [102] не учли вклад высших уровней Ландау, который оказывается существенным в логарифмической асимптотике. Принципиальное отличие нашего результата (6.29) от результата (6.30) состоит в том, что масса электрона, как функция поля, $M(B)$, является сингулярной, так как знаменатель выражения (6.29) может обратиться в ноль. Заметим, однако, что сингулярный характер $M(B)$ проявляется только в сверхсильном поле $B \sim 10^{75}$ Гс.

Несмотря на то, что поле, в котором масса электрона обращалась бы в бесконечность, по-видимому, не встречается в природе, анализ вопроса важен с принципиальной точки зрения, так как является сигналом новой физики. Но исследование этого феномена требует выхода за рамки теории возмущений по параметру $\frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{eB}{m_0^2}$.

5 Массовый оператор в сверхсильном поле

Таким образом, формула (6.29) имеет ограниченную область применимости по параметру $\eta_0 = \frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{eB}{m_0^2}$, так как при некотором конечном зна-

¹В работе [102] потеряна постоянная Эйлера γ_E .

чении этого параметра массовый оператор (6.29) обращается в бесконечность. Перенормированная полем электромагнитная константа связи α_R (6.26) также содержит сингулярность, которая достигается, однако, при существенно больших, как минимум на фактор $\sim \exp(\pi/\alpha) \simeq 10^{187}$, величинах магнитного поля. Сингулярность выражения (6.26) при некоторой величине поля аналогична хорошо известной сингулярности бегущей электромагнитной константы связи, так называемому полюсу Ландау [167].

С одной стороны, как отмечалось в [103], сингулярность массового оператора может быть сигналом о некоей новой физике – спонтанном нарушении киральной симметрии. С другой стороны, это говорит о несогласованности формулы (6.29) при значениях полей, где $\eta_0 \sim 1$. Выход за рамки теории возмущений по параметру η_0 на языке диаграммной техники ведет к необходимости учета не только диаграмм типа “радуга”, содержащих лидирующие логарифмические вклады, но и диаграмм, дающих вклады, следующие за лидирующим. Как показывает анализ, они сводятся к диаграммам, в которых в пропагаторе электрона вместо массы подставлен массовый оператор. Технически удобнее, однако, использовать систему уравнений Швингера - Дайсона, как это было сделано в работах [106–109].

Далее мы реализуем эту программу и вычисляем массовый оператор электрона, который будет справедлив в любых асимптотически сильных полях [168]. Для получения замкнутой системы уравнений Швингера - Дайсона в присутствии внешнего магнитного поля, соответствующей неприводимым диаграммам рис. 27 и 28, необходимо знать также точную вершину Γ_μ , которая, как известно, содержит бесконечно много непри-

водимых диаграмм.



Рис. 27: Диаграмма Фейнмана для полевого вклада в массовый оператор электрона. Двойные линии соответствуют точным решениям и точным пропагаторам электрона и фотона во внешнем магнитном поле. Большим кружком обозначена точная вершина.

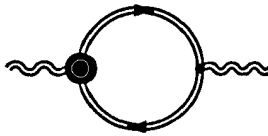


Рис. 28: Диаграмма Фейнмана для полевого вклада в поляризационный оператор фотона.

К счастью, в пределе сильного поля ситуация упрощается, как это было показано в работах [169–171], см. также [108, 109]. А именно, точная вершина Γ_μ в калибровке, где пропагатор фотона моды 2 имеет вид (6.23), редуцируется в приближении лидирующих логарифмов к “голой” вершине γ_μ

$$\Gamma_\mu(x, y, z) = \gamma_\mu \delta(x - y) \delta(x - z). \quad (6.31)$$

Как уже отмечалось, в пределе сильного поля основной вклад в массовый оператор электрона происходит от виртуальных электронов, находящихся на основном уровне Ландау. В этом случае фурье-образ трансляционно инвариантной части электронного пропагатора в сильном магнитном поле $\tilde{S}^F(X)$ переписывается в виде

$$S^F(k) = 2i \exp\left(-\frac{k_\perp^2}{eB}\right) \left[(k\gamma)_\parallel - \hat{M}(k_\parallel)\right]^{-1} \Pi_-, \quad (6.32)$$

где $\hat{M}(k_\parallel)$ – искомый массовый оператор.

С другой стороны, поляризационный оператор фотона $\mathcal{P}_{\mu\nu}(q)$, который описывается диаграммой Фейнмана рис. 28, в калибровке (6.23), где происходит редукция (6.31), $\Gamma_\mu \rightarrow \gamma_\mu$, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\mu\nu}(q) &= -i \frac{\alpha}{4\pi^3} \int d^4k \operatorname{Tr} [\gamma_\mu \mathcal{S}^F(k) \gamma_\nu \mathcal{S}^F(k-q)] = \\ &= \left(\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \frac{q_{\mu\parallel} q_{\nu\parallel}}{q_{\parallel}^2} \right) \mathcal{P}^{\{2\}}(q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2) + \dots, \end{aligned} \quad (6.33)$$

где многоточие означает вклад остальных фотонных мод. Таким образом, в данной калибровке поляризационный оператор эффективно сводится к однопетлевому оператору.

Полевой вклад в массовый оператор $\hat{M}(p_{\parallel})$ изображается неприводимой диаграммой, рис. 27. Проводя вычисления, аналогичные выполненным в подразделе 1.1, в калибровке $\Gamma_\mu \rightarrow \gamma_\mu$, где точный пропагатор фотона $\mathcal{D}_{\mu\nu}^{\{2\}}(k)$ имеет вид (6.23), и с учетом (6.32), получаем, что массовый оператор $\hat{M}(p_{\parallel})$ сводится к функции $M(p_{\parallel}^2)$, см. [108, 109]. Для функции $M(p_{\parallel}^2)$ возникает следующее интегральное уравнение

$$\begin{aligned} M(p_{\parallel}^2) &= m_0 - i \frac{\alpha}{2\pi^3} \int d^4k \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2eB}\right) \frac{M(k_{\parallel}^2)}{k_{\parallel}^2 - [M(k_{\parallel}^2)]^2} \\ &\times \frac{1}{(k-p)_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 - \mathcal{P}^{\{2\}}(k_{\perp}^2, (k-p)_{\parallel}^2)}. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Интеграл в выражении (6.34) не содержит ультрафиолетовой расходимости, поскольку интегрирование по поперечным к полю импульсам k_{\perp} обрезается значением $k_{\perp} \sim \sqrt{eB}$.

В то же время поляризационный оператор фотона (6.33) содержит ультрафиолетовую расходимость. Это приводит к тому, что вклад в интеграл дают виртуальные электроны, находящиеся как на основном, так и на высших уровнях Ландау. Этот факт не учитывался во всех пре-

дыдущих работах по данной тематике, между тем, как будет показано ниже, он приводит к интересным физическим следствиям.

Функция $\mathcal{P}^{\{2\}}(q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2)$ в однопетлевом приближении в сильном магнитном поле может быть получена из формулы (6.24), где вместо бесполовой массы электрона m_0 следует в данном случае подставить искомую функцию $M(q_{\parallel}^2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{\{2\}}(q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2) = & -\frac{2\alpha}{\pi} eB \exp\left(-\frac{q_{\perp}^2}{2eB}\right) H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4[M(q_{\parallel}^2)]^2}\right) + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \ln \frac{eB}{[M(q_{\parallel}^2)]^2}. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Как уже отмечалось, первое слагаемое обусловлено вкладом виртуальных электронов на основном уровне Ландау, второе слагаемое содержит вклад высших уровней Ландау. При анализе уравнения (6.34) нас будет интересовать область значений параметров $q_{\parallel}^2 < 0$, $|q_{\parallel}^2| \gg [M(q_{\parallel}^2)]^2$. Как показано выше, см. (6.25)-(6.27), второе слагаемое в выражении (6.35) приводит к перенормировке электромагнитной константы α в магнитном поле, $\alpha \rightarrow \alpha_R$. Выражение для перенормированной константы получается из (6.26) заменой $m_0 \rightarrow M(q_{\parallel}^2)$. Таким образом, наряду с бегущей массой $M(q_{\parallel}^2)$ необходимо рассматривать также бегущую электромагнитную константу $\alpha_R[M(q_{\parallel}^2)]$.

Возвращаясь к уравнению (6.34), следует отметить, что интеграл в правой части в точности соответствует однопетлевой полевой поправке к массе электрона, с заменой под интегралом бесполовой массы m_0 на искомый массовый оператор $M(k_{\parallel}^2)$. В пределе сверхсильного магнитного поля основной вклад в интеграл (6.34), имеющий вид большого логарифма $\ln(eB/M^2)$, происходит от области $[M(k_{\parallel}^2)]^2 \ll |k_{\parallel}^2| \ll m_{\gamma}^2 \sim \alpha eB$, $m_{\gamma}^2 \lesssim k_{\perp}^2 \ll eB$. С учетом этого, вычисляя интеграл в уравнении (6.34)

с логарифмической точностью, для массового оператора $M(p_{\parallel}^2)$ в евклидовой области $p_{\parallel}^2 < 0$, $|p_{\parallel}^2| \ll m_{\gamma}^2$ находим

$$M(p_{\parallel}^2) \simeq M(0) \left[1 + \frac{p_{\parallel}^2}{4eB} \ln \frac{2eB}{[M(0)]^2} \right]. \quad (6.36)$$

Выражение (6.36) показывает, что физическая масса электрона, которая определяется, как решение дисперсионного уравнения $m = M(-m^2)$, может быть с высокой точностью взята в нуле, $m \simeq M(0)$.

В приближении лидирующих логарифмов мы получили из интегрального уравнения (6.34) следующее трансцендентное уравнение для физической массы электрона

$$m = m_0 + m \frac{\alpha_R}{2\pi} \left(\ln \frac{\pi}{\alpha_R} - \gamma_E \right) \ln \frac{eB}{m^2}, \quad (6.37)$$

где α_R берется в точке $q_{\parallel}^2 = 0$, то есть получается из (6.26) заменой $m_0 \rightarrow M(0) = m$. Интересно отметить, что формула (6.37) в точности воспроизводит результат (6.29), с заменой везде под логарифмом беспольевой массы электрона m_0 на физическую массу m . Уравнение (6.37) решает задачу нахождения физической массы электрона при любых как угодно больших значениях магнитного поля, которая, в отличие от формулы (6.29), свободна от сингулярности. Заметим, что перенормированная полем электромагнитная константа связи α_R (6.26) после замены $m_0 \rightarrow m$ также не содержит сингулярности.

6 Динамическая масса электрона в магнитном поле

Анализ уравнения (6.37) показывает, что его решение в асимптотически больших полях, когда $m \gg m_0$, практически перестает зависеть от m_0 , что проиллюстрировано на рис. 29.

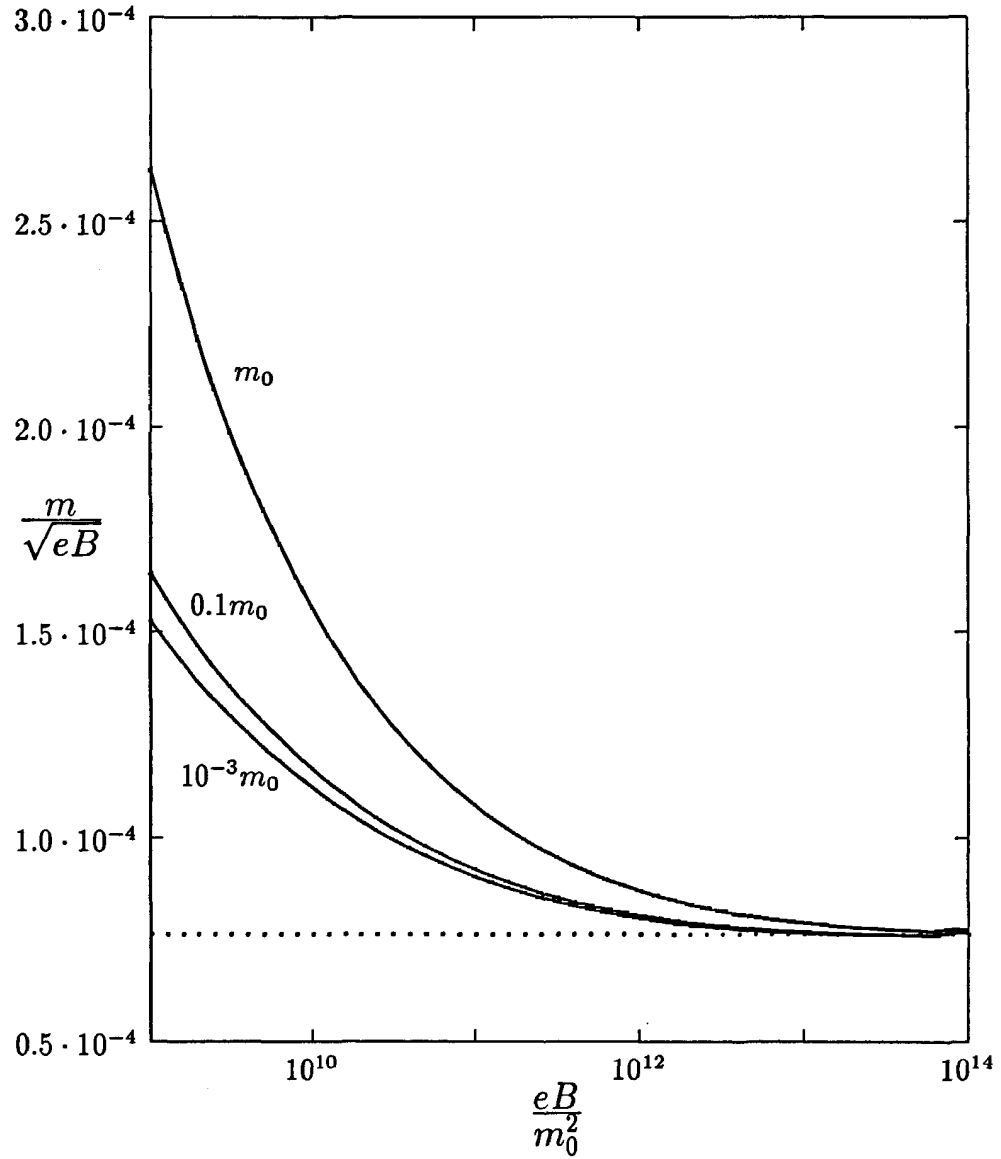


Рис. 29: Решения уравнения (6.37) для физической массы электрона m , отнесенной к \sqrt{eB} , при $\alpha = 0.1$ и при различных значениях бесполовой массы m_0 в относительных единицах (сплошные линии). Пунктирная линия соответствует случаю $m_0 = 0$.

Ненулевое решение для m при $m_0 = 0$ означает возникновение в магнитном поле динамической массы у исходно безмассового электрона. Этот эффект, называемый также динамическим нарушением киральной симметрии, изучался в работах [103–111], однако в них не учитывался вклад высших уровней Ландау в поляризационный оператор фотона.

Покажем, что такой учет принципиально меняет поведение динамической массы. Обобщим наш анализ на модель, содержащую N исходно безмассовых фермионов с одинаковым зарядом e (в случае, если заряды фермионов различны и равны $Q_f e$, параметр N будет иметь значение $\sum_f Q_f^2$). При этом поляризационный оператор фотона представляет собой сумму по всем фермионным петлям, то есть выражение (6.35) домножается на N . Трансцендентное уравнение для динамической массы фермиона ($m \neq 0$) получается из (6.37) в виде

$$\frac{\alpha_R}{2\pi} \left(\ln \frac{\pi}{N\alpha_R} - \gamma_E \right) \ln \frac{eB}{m^2} = 1, \quad (6.38)$$

где

$$\alpha_R = \frac{\alpha}{1 - (N\alpha/3\pi) \ln(eB/m^2)}. \quad (6.39)$$

Из выражения (6.38), если формально не учитывать в нем, что α_R в действительности зависит от отношения eB/m^2 , и положить $\alpha_R = \alpha$, воспроизводится, в частности, результат работ [108, 109], причем константа C_1 , полученная там путем численного расчета в виде $C_1 \simeq 1.82 \pm 0.06$, оказывается равной $C_1 = \pi \exp(-\gamma_E) = 1.763 \dots$

На рис. 30 изображено поведение динамической массы фермиона m , отнесенной к \sqrt{eB} , в зависимости от числа фермионов N и константы связи α , рассматриваемых, как свободные параметры модели.

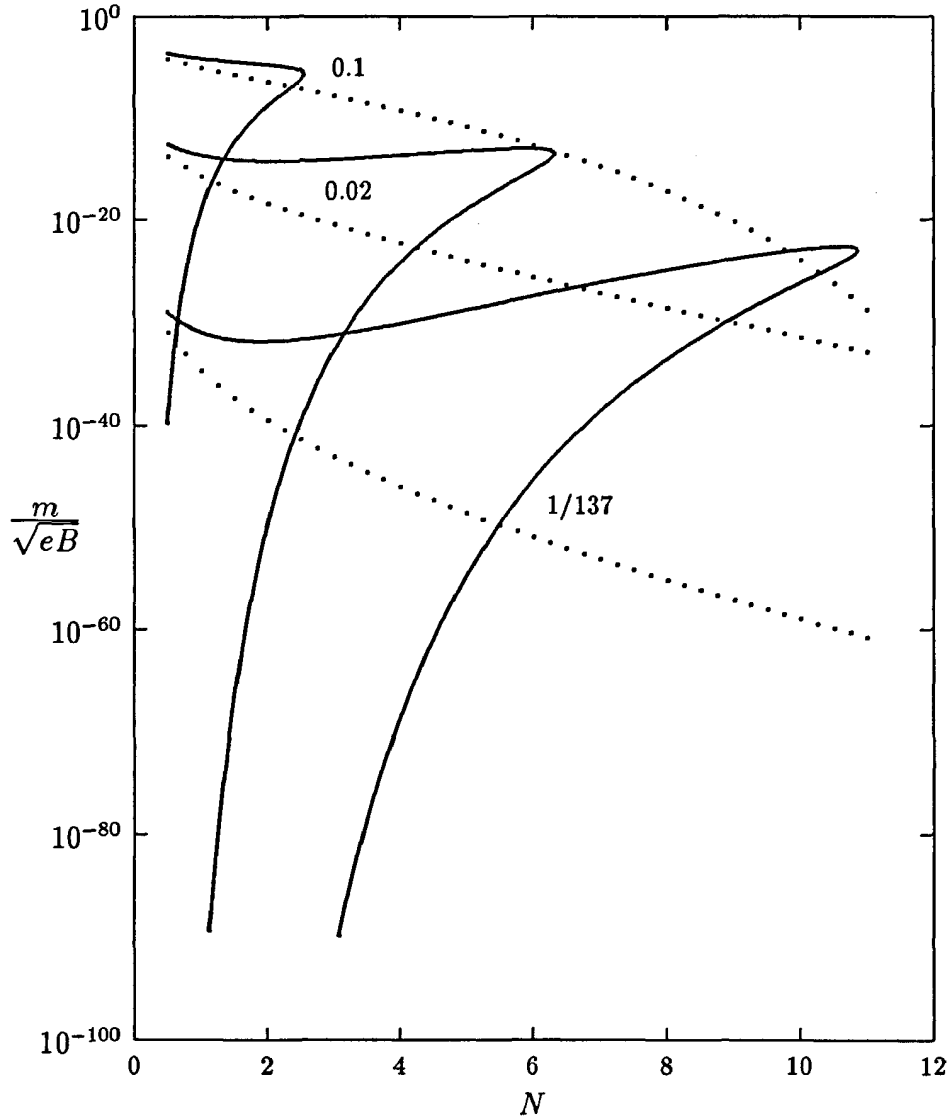


Рис. 30: Зависимость динамической массы фермиона m , отнесенной к \sqrt{eB} , от числа фермионов N при различных значениях беспольевой константы связи $\alpha = 0.1, 0.02, 1/137$. Сплошные линии изображают наш результат, получаемый из (6.38), (6.39), пунктирные линии - результат работ [108, 109]

Видно, что эта зависимость принципиально отличается от результатов работ [108, 109]. А именно, при любом значении константы связи α существует некоторое критическое значение числа фермионов N_{cr} , такое, что при $N < N_{cr}$ существует два значения динамической массы фермиона. При $N > N_{cr}$ уравнение (6.38) вообще не имеет решений, следовательно, киральная симметрия остается ненарушенной.

Зависимость критического числа N_{cr} от величины голой константы связи α имеет вид

$$\begin{aligned} N_{cr}(\alpha) &= \sqrt{\frac{3\pi}{2 \exp(\gamma_E + 1)}} \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{3}{4} + \frac{9}{16} \sqrt{\frac{3 \exp(\gamma_E + 1)}{2\pi}} \sqrt{\alpha} - \\ &- \frac{15 \exp(\gamma_E + 1)}{16\pi} \alpha + o(\alpha) = \\ &= \frac{0.987}{\sqrt{\alpha}} - 0.750 + 0.855 \sqrt{\alpha} - 1.445 \alpha + o(\alpha). \end{aligned} \quad (6.40)$$

Весьма примечательным является то, что дублетное расщепление динамической массы фермиона может быть довольно значительным. Так, при $\alpha = 0.1$ и $N = 1$ различие масс составляет 15 порядков величины. Если рассмотреть для иллюстрации величину магнитного поля $\sim 10^{33}$ Гс [14], то два значения массы составляют $\sim 10^2$ ГэВ и $\sim 10^{-4}$ эВ.

Мы полагаем, что обнаруженное дублетное расщепление динамической массы фермиона, генерируемой магнитным полем, а также сохранение киральной симметрии при $N > N_{cr}$ являются новыми интересными физическими эффектами квантовой электродинамики в сильном внешнем магнитном поле.

Глава VII

Ограничения на параметры модели Пати - Салама с кварк-лептонной симметрией из анализа нейтринных процессов в астрофизике и космологии

1 Новый тип смешивания в рамках минимальной кварк-лептонной симметрии

Разрешение загадки солнечных нейтрино в успешном эксперименте на Солнечной Нейтринной Обсерватории в Садбери [112–114] в согласии с гипотезой о нейтринных осцилляциях [115,116] является также и доказательством существования смешивания в лептонном секторе. Таким образом, можно говорить о своеобразном восстановлении симметрии между лептонами и кварками, поскольку доказано, что и в том и в другом секторах смешивание имеет место.

Среди различных обобщений стандартной модели существует схема, в которой симметрия между лептонами и кварками возникает естественным образом. Это модель Пати - Салама [117], основанная на группе $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется, как четвертый цвет. В настоящей главе анализируются низкоэнергетические следствия данной модели и показано, что при наличии такой симметрии необходимо рассматривать новый тип смешивания – во взаимодействии $SU(4)_V$ -лептокварков с кварками и лептонами. Появляющаяся при этом дополнительная свобода в выборе параметров позволяет, в принципе, существенно уменьшить нижний предел на массу векторного лептокварка, получаемый из π , K -распадов и μe -конверсии. Таким образом, если

предполагать, что с ростом энергии взаимодействия восстановление высших симметрий будет происходить поэтапно, не исключена возможность, что вслед за симметрией стандартной модели с масштабом масс m_W будет восстанавливаться, на масштабе массы лептокварка M_{LQ} , кварк-лептонная симметрия Пати - Салама $SU(4)_V$.

Численные оценки, приводимые в данной главе, получены с использованием обновленных экспериментальных данных [118], и уточняют соответствующие оценки, полученные в статьях [172–177], на которых основана глава.

1.1 Формулировка модели

Фермионы объединяются в следующие представления группы $SU(4)_V$:

$$\left(\begin{array}{c} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ \nu \end{array} \right)_i, \quad \left(\begin{array}{c} d^1 \\ d^2 \\ d^3 \\ \ell \end{array} \right)_i, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (7.1)$$

здесь верхние индексы 1,2,3 являются цветовыми, лептон имеет четвертый цвет. Индекс i нумерует поколения фермионов. Будем предполагать, что правая симметрия G_R восстанавливается на более высоком масштабе масс, чем $SU(4)_V$, и поэтому явный вид подгруппы G_R мы не уточняем. Можно отметить ряд привлекательных черт именно такого расширения стандартной модели:

1. Уместно вспомнить, что для перенормируемости стандартной модели уже требуется определенная кварк-лептонная симметрия, а именно, фермионы должны быть сгруппированы в поколения для сокращения треугольных аномалий.

2. Фиксация кварков и лептонов в представлениях (7.1) дает естественное объяснение дробного гиперзаряда кварков. Действительно, 15-й генератор группы $SU(4)$ можно записать в виде:

$$T_{15} = \sqrt{\frac{3}{8}} \text{diag} \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -1 \right) = \sqrt{\frac{3}{8}} Y_L. \quad (7.2)$$

Легко видеть, что на диагонали стоят значения левого гиперзаряда стандартной модели. Назовем его векторным гиперзарядом, $Y_L = Y_V$.

3. В модели отсутствует распад протона, поскольку лептонный заряд, как четвертый цвет, строго сохраняется.
4. Предположим, что $G_R = U(1)_R$ (см., например [178, 179]), и найдем значения правого гиперзаряда Y_R для кварков и лептонов. Напомним, что слабый гиперзаряд для левых и правых, верхних и нижних кварков и лептонов в стандартной модели имеет следующие значения

$$Y_{SM} = \left\{ \begin{array}{ll} \left(\begin{array}{c} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{array} \right) & \text{для } q_L; \quad \left(\begin{array}{c} -1 \\ -1 \end{array} \right) & \text{для } \ell_L \\ \left(\begin{array}{c} \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{array} \right) & \text{для } q_R; \quad \left(\begin{array}{c} 0 \\ -2 \end{array} \right) & \text{для } \ell_R \end{array} \right\}. \quad (7.3)$$

Если записать теперь $Y_{SM} = Y_V + Y_R$, то оказывается, что величина правого гиперзаряда Y_R равна ± 1 соответственно для верхних и нижних фермионов, как кварков, так и лептонов. Это обстоятельство привлекательно истолковать, как указание на то, что в действительности правый гиперзаряд есть удвоенная третья компонен-

та правого изоспина. Таким образом, подгруппа G_R , возможно, есть $SU(2)_R$.

1.2 Лагранжиан взаимодействия кварк-лептонных токов с лептокварками

Наиболее экзотическими объектами данной модели Пати - Салама являются дробно-заряженные, цветные калибровочные X -бозоны – лептокварки, осуществляющие взаимные превращения кварков и лептонов. Масса лептокварка M_{LQ} характеризует масштаб нарушения симметрии $SU(4)_V$ до $SU(3)_c$.

В статьях, предшествовавших нашим работам [172–174], наиболее сильные ограничения на массу лептокварка были получены из экспериментального значения $\Gamma(\pi \rightarrow e\nu)/\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu)$, $M_{LQ} > 125$ ТэВ [180] и из верхнего предела на ширину распада $K_L^0 \rightarrow \mu e$, $M_{LQ} > 350$ ТэВ [181]. Однако в этих оценках не было учтено смешивание в лагранжиане взаимодействия кварк-лептонных токов, которое с необходимостью возникает в теории с кварк-лептонной симметрией. Действительно, три поколения фермионов группируются в следующие представления $\{4,2\}$ полупростой группы $SU(4)_V \otimes SU(2)_L$:

$$\begin{pmatrix} u^c & d^c \\ \nu & \ell \end{pmatrix}_i, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (7.4)$$

где c есть цветовой индекс, который в дальнейшем будет опущен. Мы заведомо знаем, что в Природе существует смешивание кварков в слабых заряженных токах, описываемое матрицей Кабиббо – Кобаяши – Маскава [144, 145]. Поэтому хотя бы одно из состояний в (7.4), u или d , не является диагональным по массе. Легко видеть, что в общем случае ни одна из компонент в (7.4) не может быть состоянием с определенной

массой из-за появления смешивания на петлевом уровне. Действительно, допустим, что, как это обычно принято записывать при рассмотрении смешивания в кварковом секторе, все состояния в (7.4), кроме d , исходно диагональны по массе. Это приводит к недиагональным переходам $\ell \rightarrow d + X \rightarrow \ell'$ через кварк-лептокварковую петлю, то есть к смешиванию в лептонном секторе. Аналогично возникают и другие недиагональные переходы. Следовательно, поскольку каждая петля содержит ультрафиолетовую расходимость, для перенормируемости теории необходимо уже на древесном уровне вводить все возможные виды смешивания.

В силу тождественности представлений (7.4) их всегда можно сгруппировать таким образом, чтобы одно из состояний было диагонализировано по массе. Наиболее естественной выглядит диагонализация заряженных лептонов, при этом представления (7.4) могут быть записаны в виде

$$\begin{pmatrix} u & d \\ \nu & \ell \end{pmatrix}_\ell = \begin{pmatrix} u_e & d_e \\ \nu_e & e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_\mu & d_\mu \\ \nu_\mu & \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_\tau & d_\tau \\ \nu_\tau & \tau \end{pmatrix}, \quad (7.5)$$

где индексы $\ell = e, \mu, \tau$ у кварков и нейтрино относятся к состояниям, не обладающим определенной массой и входящим в одно представление с заряженным лептоном ℓ

$$\nu_\ell = \mathcal{K}_{\ell i} \nu_i, \quad u_\ell = \mathcal{U}_{\ell p} u_p, \quad d_\ell = \mathcal{D}_{\ell n} d_n. \quad (7.6)$$

Здесь ν_i, u_p, d_n есть состояния с определенной массой

$$\begin{aligned} \nu_i &= (\nu_1, \nu_2, \nu_3), & u_p &= (u_1, u_2, u_3), = (u, c, t), \\ & & d_n &= (d_1, d_2, d_3), = (d, s, b), \end{aligned} \quad (7.7)$$

а $\mathcal{K}_{\ell i}, \mathcal{U}_{\ell p}$ и $\mathcal{D}_{\ell n}$ есть унитарные матрицы смешивания. Таким образом, мы имеем в общем случае три типа смешивания фермионов в данной схеме.

Хорошо известный лагранжиан взаимодействия заряженных слабых токов с W -бозонами в наших обозначениях принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_W &= \frac{g}{2\sqrt{2}} [(\bar{\nu}_\ell O_\alpha \ell) + (\bar{u}_\ell O_\alpha d_\ell)] W_\alpha^* + h.c. = \\ &= \frac{g}{2\sqrt{2}} [\mathcal{K}_{\ell i}^* (\bar{\nu}_i O_\alpha \ell) + \mathcal{U}_{\ell p}^* \mathcal{D}_{\ell n} (\bar{u}_p O_\alpha d_n)] W_\alpha^* + h.c., \end{aligned} \quad (7.8)$$

где g - константа группы $SU(2)_L$, $O_\alpha = \gamma_\alpha(1 + \gamma_5)$. Отсюда видно, что стандартная матрица Кабиббо - Кобаяши - Маскава [144, 145] есть $V = \mathcal{U}^+ \mathcal{D}$. Это единственное, что мы знаем о матрицах смешивания в лептокварковом секторе \mathcal{U} и \mathcal{D} . Матрица \mathcal{K} является здесь независимой и описывает смешивание в лептонном секторе.

После спонтанного нарушения симметрии $SU(4)_V$ до $SU(3)_c$ на масштабе M_{LQ} из 15-плета калибровочных полей выделяется, в частности, шесть массивных векторных бозонов, образующих три заряженных цветных лептокварка, взаимодействие которых с фермионами (7.7) имеет вид

$$\mathcal{L}_X = \frac{g_S(M_{LQ})}{\sqrt{2}} [\mathcal{D}_{\ell n} (\bar{\ell} \gamma_\alpha d_n^c) + (\mathcal{K}^+ \mathcal{U})_{ip} (\bar{\nu}_i \gamma_\alpha u_p^c)] X_\alpha^c + h.c., \quad (7.9)$$

где еще раз явно выписан цветовой индекс c . Константа связи $g_S(M_{LQ})$ выражается через константу сильного взаимодействия α_S на масштабе массы лептокварка M_{LQ} , $g_S^2(M_{LQ})/4\pi = \alpha_S(M_{LQ})$.

1.3 Эффективный лагранжиан четырехфермионного взаимодействия с учетом КХД - поправок

Если передаваемый импульс $|q^2| \ll M_{LQ}^2$, то лагранжиан (7.9) приводит к возникновению эффективного четырехфермионного вектор-векторного взаимодействия между кварками и лептонами. Применяя преобразование Фирца, можно выделить в эффективном лагранжиане лептонные и

кварковые токи – скалярный, псевдоскалярный, векторный и аксиально-векторный. Отметим, что при построении эффективного лагранжиана лептон-кварковых взаимодействий необходимо учитывать КХД-поправки, которые могут быть легко оценены по известной методике [182, 183]. В нашем случае хорошо работает приближение главных логарифмов, $\ln(M_{LQ}/\mu) \gg 1$, где $\mu \sim 1$ ГэВ есть типичный адронный масштаб. При этом КХД-поправки сводятся к появлению усиливающего фактора $Q(\mu)$ при скалярной и псевдоскалярной связях

$$Q(\mu) = \left(\frac{\alpha_S(\mu)}{\alpha_S(M_{LQ})} \right)^{4/\bar{b}}, \quad (7.10)$$

где $\alpha_S(\mu)$ – константа сильного взаимодействия на масштабе μ , $\bar{b} = 11 - \frac{2}{3}\bar{n}_f$, \bar{n}_f – среднее число кварковых ароматов на масштабах $\mu^2 \leq q^2 \leq M_{LQ}^2$, при $M_{LQ}^2 \gg m_t^2$ имеем $\bar{b} \simeq 7$.

Исследуем, какой вклад могло бы дать взаимодействие с лептокварками (7.9) в низкоэнергетические процессы, и найдем ограничения на параметры схемы из существующих экспериментальных данных. Как мы покажем ниже, наиболее сильные ограничения на массу векторного лептокварка M_{LQ} и элементы матрицы смешивания \mathcal{D} следуют из данных по редким π - и K -распадам, а также по μe -конверсии на ядрах.

В работах [192–194] также анализировались возможные ограничения на массы и константы взаимодействия векторных лептокварков, возникающие из экспериментальных данных по редким мезонным распадам. В статьях [192, 193] рассматривались феноменологические модельно независимые лагранжианы взаимодействия лептокварков с кварками и лептонами. Мы проверили, что при подстановке в лагранжианы работ [192, 193] константы $g_S(M_{LQ})$ и учете КХД-поправок, которые там

не рассматривались, пересчитанные оценки обсуждаемых работ хорошо согласуются с нашими. В статье [194], как и в наших работах [172–174], рассматривалась кварк–лептонная симметрия типа Пати - Салама и возможные ограничения на массу векторного лептокварка из редких мезонных распадов. Авторами [194] не предполагалась возможность смешивания в кварк–лептонных токах, и анализировались случаи, когда каждый заряженный лептон связан в токе только с одним из кварков. В наших обозначениях это соответствует матрицам \mathcal{D} , которые получаются из единичной всеми возможными перестановками столбцов, например $\mathcal{D}_{ed} = \mathcal{D}_{\mu s} = \mathcal{D}_{\tau b} = 1$, или $\mathcal{D}_{eb} = \mathcal{D}_{\mu d} = \mathcal{D}_{\tau s} = 1$, и т.д. С учетом такой редукции наши результаты в основном согласуются с [194], за исключением оценки, получаемой из отношения вероятностей распадов $K \rightarrow e\nu$ и $K \rightarrow \mu\nu$, см. формулу (7.16).

При описании взаимодействий π - и K -мезонов достаточно удержать в эффективном лагранжиане только скалярную и псевдоскалярную связи, которые, как мы увидим позже, будут кроме КХД-поправок дополнительно усилены в амплитуде малостью токовых масс кварков. Соответствующая часть эффективного лагранжиана может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}_{\pi, K} = & -\frac{2\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} Q(\mu) \{ [\mathcal{D}_{\ell n}(\mathcal{U}^+ \mathcal{K})_{pi} (\bar{\ell} \gamma_5 \nu_i) (\bar{u}_p \gamma_5 d_n) + h.c. + \\ & + \mathcal{D}_{\ell n} \mathcal{D}_{\ell' n'}^* (\bar{\ell} \gamma_5 \ell') (\bar{d}_{n'} \gamma_5 d_n) + \\ & + (\mathcal{K}^+ \mathcal{U})_{ip} (\mathcal{U}^+ \mathcal{K})_{p'i'} (\bar{\nu}_i \gamma_5 \nu_{i'}) (\bar{u}_p \gamma_5 u_p)] - (\gamma_5 \rightarrow 1) \}. \end{aligned} \quad (7.11)$$

Этот лагранжиан будет давать вклад в редкие распады π - и K -мезонов, сильно подавленные в стандартной модели.

2 Ограничения на параметры схемы, следующие из низкоэнергетических процессов

2.1 $\mu - e$ универсальность в $\pi_{\ell 2}$ и $K_{\ell 2}$ распадах

Анализ показывает, что вклад лептокварка в распад $\pi \rightarrow e\nu$ не будет, в отличие от W -вклада, подавлен массой электрона. Соответствующая часть амплитуды может быть представлена в виде

$$\Delta \mathcal{M}_{\pi e \nu}^X = \frac{2\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{ed}(\mathcal{U}^+ \mathcal{K})_{ui} \frac{f_\pi m_\pi^2 Q(\mu)}{m_u(\mu) + m_d(\mu)} (\bar{e}\gamma_5\nu_i), \quad (7.12)$$

где $f_\pi \simeq 132$ МэВ есть константа $\pi\ell\nu$ -распада, $m_{u,d}(\mu)$ есть бегущие массы кварков на масштабе μ . Отметим, что отношение $Q(\mu)/m(\mu)$ является ренормгрупповым инвариантом, так как функция $Q(\mu)$ (7.10) также определяет закон изменения бегущей массы. Масштабу $\mu \simeq 1$ ГэВ соответствуют известные значения токовых масс кварков $m_u \simeq 4$ МэВ, $m_d \simeq 7$ МэВ, $m_s \simeq 150$ МэВ, см. например [195, 196]. Выпишем здесь также вклад в амплитуду от обмена W -бозоном:

$$\Delta \mathcal{M}_{\pi e \nu}^W = -f_\pi \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_e \mathcal{K}_{ei} V_{ud} [\bar{e}(1 + \gamma_5)\nu_i]. \quad (7.13)$$

Для отношения ширин распадов $\Gamma(\pi \rightarrow e\nu)/\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu) \equiv R_\pi$ с учетом интерференции амплитуд (7.12) и (7.13) находим

$$R_\pi \simeq R_{\pi W} \left[1 - \frac{2\sqrt{2}\pi\alpha_S(M_{LQ})m_\pi^2 Q}{G_F M_{LQ}^2 m_e(m_u + m_d)} \text{Re} \left(\frac{\mathcal{D}_{ed}\mathcal{U}_{eu}^*}{V_{ud}} \right) \right], \quad (7.14)$$

где $R_{\pi W} = (1.2345 \pm 0.0010) \cdot 10^{-4}$ есть величина этого отношения в стандартной модели за вычетом радиационных поправок [197]. Из объединенного результата [118] экспериментов по измерению R_π на TRIUMF и PSI [184, 185], находим, с 90 %-ным уровнем достоверности, следующее

ограничение на массу лептокварка и параметры матриц смешивания

$$M_{LQ} > (210 \text{ ТэВ}) \cdot \left| \text{Re} \left(\frac{\mathcal{D}_{ed} \mathcal{U}_{eu}^*}{V_{ud}} \right) \right|^{1/2}. \quad (7.15)$$

В работе [180] была получена оценка на массу лептокварка из отношения R_π , однако автор использовал дополнительное предположение о равенстве константы группы $SU(4)$ слабой константе g и, кроме того, не учел КХД-поправки.

Вклад векторного лептокварка может нарушать также отношение $\mu - e$ универсальности R_K для распадов $K \rightarrow e\nu$ и $K \rightarrow \mu\nu$. В полной аналогии с анализом отношения ширин $\pi_{\ell 2}$ -распадов находим из экспериментальных данных по R_K [118] ограничение

$$M_{LQ} > (55 \text{ ТэВ}) \cdot \left| \text{Re} \left(\frac{\mathcal{D}_{es} \mathcal{U}_{eu}^*}{V_{us}} \right) \right|^{1/2}. \quad (7.16)$$

Это ограничение заметно отличается от соответствующего результата, приведенного в работе [194] для случая, когда τ -лептон связан с первым поколением кварков, электрон со вторым, а мюон с третьим ($\mathcal{D}_{es} = \mathcal{D}_{\mu b} = \mathcal{D}_{\tau d} = 1$), где получено $M_{LQ} > 130 \text{ ТэВ}$. Дело в том, что авторы [194] не учитывали интерференцию W -бозонного и лептокваркового вкладов в амплитуду $K \rightarrow e\nu$ распада, полагая, что во втором из них присутствует чистое τ -нейтрино. Однако, в силу смешивания, феноменологическое нейтрино ν_u , рождающееся в лептокварковом взаимодействии, будет, как можно видеть из формул (7.6), смесью феноменологических нейтрино, рождающихся в слабом взаимодействии

$$\nu_u = \mathcal{U}_{eu}^* \nu_e + \mathcal{U}_{\mu u}^* \nu_\mu + \mathcal{U}_{\tau u}^* \nu_\tau. \quad (7.17)$$

В обозначениях работы [194] формула (7.17) принимает вид

$$\nu_u = V_{us} \nu_e + V_{ub} \nu_\mu + V_{ud} \nu_\tau, \quad (7.18)$$

где V – матрица Кабиббо - Кобаяши - Маскава. Таким образом, интерференцию слабой и лептокварковой амплитуд необходимо учитывать. За счет того, что экспериментальный интервал для R_K лежит ниже теоретического значения этого отношения в стандартной модели, $R_{KW} = 2.57 \cdot 10^{-5}$, а обсуждаемая интерференция амплитуд имеет деструктивный характер, ее учет существенно меняет оценку массы лептокварка.

2.2 Редкие распады K -мезонов

Амплитуда процесса $K_L^0 \rightarrow e^- \mu^+$ вычисляется аналогично (7.12) и равна

$$M_{Ke\mu}^X = \frac{\sqrt{2}\pi\alpha_S(M_{LQ}) f_K m_K^2 Q}{M_{LQ}^2 (m_s + m_d)} (\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^* + \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d}^*) (\bar{e}\gamma_5\mu). \quad (7.19)$$

где $f_K \simeq 160$ МэВ есть константа $K\ell\nu$ -распада. Вместо ограничения на массу лептокварка $M_{LQ} > 350$ ТэВ, полученного в работе [181], где смешивание в лептокварковом взаимодействии не принималось во внимание, находим из имеющихся экспериментальных данных [189]

$$M_{LQ} > (2000 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^* + \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d}^*|^{1/2}. \quad (7.20)$$

За последние годы экспериментальное значение величины $BR(K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ заметно понизилось, вплотную приблизившись к ее унитарному пределу $BR_{obs} = 6.8 \cdot 10^{-9}$. Поэтому эффективный вклад лептокварка в $BR(K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-)$, по-видимому, не может превышать $0.5 \cdot 10^{-9}$. Амплитуда процесса получается из (7.19) заменой $e \rightarrow \mu$. Окончательно находим

$$M_{LQ} > (700 \text{ ТэВ}) \cdot |\text{Re}(\mathcal{D}_{\mu d}\mathcal{D}_{\mu s}^*)|^{1/2}. \quad (7.21)$$

Амплитуда еще одного редкого распада K_L^0 -мезона на электрон и позитрон за счет промежуточного лептокварка также может быть получена из (7.19) заменой $\mu \rightarrow e$. Ограничения на параметры в этом случае

имеют вид

$$M_{LQ} > (1800 \text{ ТэВ}) \cdot |\text{Re}(\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{es}^*)|^{1/2}. \quad (7.22)$$

Среди редких распадов заряженного K^+ – мезона, которые в обсуждаемой модели могут идти на древесном уровне, наиболее сильные ограничения установлены для распадов $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^-e^+$ [186] и $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+e^-$ [187]. Амплитуду распада $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+e^-$ можно записать в виде

$$\mathcal{M}_{K\pi\mu e}^X = -\frac{2\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} \frac{f_+^0(q^2)(m_K^2 - m_\pi^2) + f_-^0(q^2)q^2}{m_s - m_d} Q \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^* (\bar{e}\mu). \quad (7.23)$$

Здесь q есть 4-импульс лептонной пары, $f_{+,-}^0$ есть известные формфакторы распада K_{23}^0 . Амплитуда распада $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^-e^+$ получается из (7.23) перестановкой $e \leftrightarrow \mu$. Вытекающие отсюда ограничения на массу лептокварка содержат те же элементы, что в соотношении (7.20), но по отдельности

$$M_{LQ} > (120 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^*|^{1/2}, \quad (7.24)$$

$$M_{LQ} > (50 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d}^*|^{1/2}. \quad (7.25)$$

2.3 $\mu - e$ -конверсия на ядре

Это еще один низкоэнергетический процесс, поиски которого интенсивно ведутся и который может идти через лептокварки. Наиболее удобна для наблюдения когерентная μe - конверсия, когда ядро остается в основном состоянии, следовательно, электроны рождаются моноэнергетическими, с максимально возможной энергией $\simeq m_\mu$. Эффективный лагранжиан когерентной μe -конверсии содержит только скалярный и

векторный кварковые токи. В обсуждаемой модели он имеет вид

$$\Delta \mathcal{L}_{\mu e} = -\frac{2\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu d}^* \left[\frac{1}{2} (\bar{e}\gamma_\alpha\mu)(\bar{d}\gamma_\alpha d) - (\bar{e}\mu)(\bar{d}d) Q(\mu) \right]. \quad (7.26)$$

Используя методику расчета, разработанную в статье [198], для случая эффективного кварк-лептонного взаимодействия вида (7.26) мы оценили относительную вероятность μe -конверсии на титане. Результат позволяет найти из экспериментальных данных [191] следующее ограничение

$$M_{LQ} > (680 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu d}^*|^{1/2}. \quad (7.27)$$

Полученные нами ограничения на параметры обсуждаемой модели сведены в таблицу 2. Как можно видеть, во все ограничения вошли элементы неизвестных унитарных матриц смешивания \mathcal{D} и \mathcal{U} , которые связаны единственным условием $\mathcal{U}^+\mathcal{D} = V$. Поэтому, в принципе, не исключена возможность, когда все полученные условия вообще не ограничивают M_{LQ} , например, в том случае, если элементы \mathcal{D}_{ed} и $\mathcal{D}_{\mu d}$ очень малы. Это соответствовало бы связи в матрице \mathcal{D} τ -лептона в основном с d -кварком, а электрона и мюона – с s и b -кварками. Вообще говоря, такой сценарий ничему не противоречит, хотя и выглядит непривычно. Следовательно, лептокварки при этом могли бы дать более существенный вклад в распады τ -лептона и B -мезонов.

2.4 Редкие распады τ -лептона и B -мезонов

Существующая точность экспериментальных данных здесь заметно ниже, чем в рассмотренных процессах. Тем не менее имеет смысл привести для иллюстрации некоторые ограничения на элементы матрицы \mathcal{D} и массу лептокварка, возникающие из данных по τ - и B -распадам, сильно

Таблица 2: Ограничения на массу лептокварка и элементы матриц смешивания из экспериментальных данных по редким π , K -распадам и μe -конверсии на ядрах

Экспериментальные данные	Ограничения
$\frac{\Gamma(\pi \rightarrow e\nu)}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu\nu)} = (1.230 \pm 0.004) \cdot 10^{-4}$	[184, 185] $\frac{M_{LQ}}{ Re(\mathcal{D}_{ed}\mathcal{U}_{eu}^*/V_{ud}) ^{1/2}} > 210 \text{ ТэВ}$
$\frac{\Gamma(K \rightarrow e\nu)}{\Gamma(K \rightarrow \mu\nu)} = (2.45 \pm 0.11) \cdot 10^{-5}$	[118] $\frac{M_{LQ}}{ Re(\mathcal{D}_{es}\mathcal{U}_{eu}^*/V_{us}) ^{1/2}} > 55 \text{ ТэВ}$
$BR(K^+ \rightarrow \pi^+\mu^-e^+) < 7 \cdot 10^{-9}$	[186] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d}^* ^{1/2}} > 50 \text{ ТэВ}$
$BR(K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+e^-) < 2.1 \cdot 10^{-10}$	[187] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^* ^{1/2}} > 120 \text{ ТэВ}$
$BR(K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-) = (7.15 \pm 0.16) \cdot 10^{-9}$	[118, 188] $\frac{M_{LQ}}{ Re(\mathcal{D}_{\mu d}\mathcal{D}_{\mu s}^*) ^{1/2}} > 700 \text{ ТэВ}$
$BR(K_L^0 \rightarrow \mu e) < 4.7 \cdot 10^{-12}$	[189] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^* + \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d}^* ^{1/2}} > 2000 \text{ ТэВ}$
$BR(K_L^0 \rightarrow e^+e^-) < 9_{-4}^{+6} \cdot 10^{-12}$	[190] $\frac{M_{LQ}}{ Re(\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{es}^*) ^{1/2}} > 1800 \text{ ТэВ}$
$\frac{\sigma(\mu^-Ti \rightarrow e^-Ti)}{\sigma(\mu^-Ti \rightarrow \text{capture})} < 4.3 \cdot 10^{-12}$	[191] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu d}^* ^{1/2}} > 680 \text{ ТэВ}$

Таблица 3: Ограничения на параметры схемы, не содержащие возможного подавления элементами \mathcal{D}_{ed} , $\mathcal{D}_{\mu d}$.

Экспериментальные данные	Ограничения
$BR(\tau^- \rightarrow \mu^- K^0) < 1.0 \cdot 10^{-3}$	[199] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{\tau d} \mathcal{D}_{\mu s}^* ^{1/2}} > 1 \text{ ТэВ}$
$BR(\tau^- \rightarrow e^- K^0) < 1.3 \cdot 10^{-3}$	[199] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{\tau d} \mathcal{D}_{es}^* ^{1/2}} > 1 \text{ ТэВ}$
$BR(B^+ \rightarrow K^+ \mu^+ e^-) < 6.4 \cdot 10^{-3}$	[200] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b}^* ^{1/2}} > 2.4 \text{ ТэВ}$
$BR(B^+ \rightarrow K^+ \mu^- e^+) < 6.4 \cdot 10^{-3}$	[200] $\frac{M_{LQ}}{ \mathcal{D}_{eb} \mathcal{D}_{\mu s}^* ^{1/2}} > 2.4 \text{ ТэВ}$

подавленным в стандартной модели. Особенно интересны распады, вероятности которых не содержат элементов \mathcal{D}_{ed} и $\mathcal{D}_{\mu d}$, см. левый столбец таблицы 3.

Амплитуда распада $\tau^- \rightarrow \mu^- K^0$ через лептокварк равна

$$\mathcal{M}_{\tau\mu K}^X = \frac{\pi\alpha_S(M_{LQ})f_K}{M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\tau d}^* \left(m_\tau + m_\mu + \frac{2m_K^2 Q}{m_s + m_d} \right) (\bar{\mu}\gamma_5\tau). \quad (7.28)$$

Амплитуда распада $\tau^- \rightarrow e^- K^0$ получается из (7.28) заменой $\mu \rightarrow e$. Из экспериментальных верхних пределов на ширины этих распадов [199] находим ограничения

$$M_{LQ} > (1 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\tau d}^*|^{1/2}, \quad (7.29)$$

$$M_{LQ} > (1 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\tau d}^*|^{1/2}. \quad (7.30)$$

Ограничения того же порядка на эти элементы матрицы \mathcal{D} получаются из анализа распадов $\tau^- \rightarrow \mu^- K^*(892)^0$, $\tau^- \rightarrow e^- K^*(892)^0$, хотя здесь

получены более сильные ограничения на верхние пределы ширин распадов, см. [118]. Причина заключается в уже обсуждавшемся усилении псевдоскалярной связи в эффективном лагранжиане (7.11) по сравнению с векторной связью.

Среди редких каналов распада заряженных B -мезонов, на которые имеются экспериментальные ограничения, только процессы $B^+ \rightarrow K^+ e^\mp \mu^\pm$ могут идти через промежуточный лептокварк без подавления “зажатыми” элементами $\mathcal{D}_{ed}, \mathcal{D}_{\mu d}$. Амплитуда распада $B^+ \rightarrow K^+ e^- \mu^+$ может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{BKe\mu}^X &= -\frac{2\sqrt{2}\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b}^* \left\{ \frac{1}{2} f_+^0(q^2) (p_B + p_K)_\alpha (\bar{e}\gamma_\alpha\mu) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{f_+^0(q^2) m_B^2 + f_-^0(q^2) q^2}{m_b} Q(\mu_0) (\bar{e}\mu) \right\}, \end{aligned} \quad (7.31)$$

где p_B, p_K – 4-импульсы B и K – мезонов, остальные обозначения такие же, как в (7.23). Амплитуда распада $B^+ \rightarrow K^+ e^+ \mu^-$ получается из (7.31) перестановкой $e \leftrightarrow \mu$. Полагая для оценки, что формфакторы $f_{+,-}^0$ здесь того же порядка, что и в $K_{\ell 3}^0$ - распаде (что согласуется с результатами анализа распада $B^+ \rightarrow \bar{D}^0 \ell^+ \nu$), получаем на основе экспериментальных данных [200] следующие ограничения

$$M_{LQ} > (2.4 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b}^*|^{1/2}, \quad (7.32)$$

$$M_{LQ} > (2.4 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{eb}^*|^{1/2}. \quad (7.33)$$

В эксперименте коллаборации CDF [201] велись поиски распадов B -мезонов $B_s^0, B_d^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$, возможных за счет обмена лептокварком, с целью получения ограничений на его массу. Были установлены верхние пределы на ширины распадов. При анализе ограничений на массу лептокварка использовался подход работы [194] без смешивания, с различны-

ми сочетаниями кварков и лептонов в токах. Ограничения, полученные в работе [201], с учетом смешивания принимают следующий вид, с уровнем достоверности 90 % : из данных по распадам $B_d^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ имеем

$$M_{LQ} > (21.7 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{eb} \mathcal{D}_{\mu d}^*|^{1/2}, \quad M_{LQ} > (21.7 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu b}^*|^{1/2}, \quad (7.34)$$

и из данных по распадам $B_s^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$:

$$M_{LQ} > (20.7 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{eb} \mathcal{D}_{\mu s}^*|^{1/2}, \quad M_{LQ} > (20.7 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b}^*|^{1/2}. \quad (7.35)$$

В недавнем эксперименте коллаборации CLEO [202] верхний предел на ширину распада $B_d^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ был снижен в 2.3 раза по сравнению с данными CDF [201]. Это означает, что в оценках (7.34) число 21.7 ТэВ должно быть заменено на 27 ТэВ.

2.5 Распад $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$

Нам удалось найти только одну возможность, когда нижний предел на массу лептокварка не зависит от параметров смешивания, а именно, из ограничений на нейтринный распад $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$. В работах [203] и [204] были получены соответственно астрофизическая и космологическая оценки, близкие по величине, на ширину такого распада:

$$BR(\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}) < 3 \cdot 10^{-13}. \quad (7.36)$$

В работе [203] оценка на ширину распада $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$ была получена из анализа дополнительного вклада в энергопотерю сверхновой SN1987A от процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$, в предположении, что этот процесс может иметь резонансный характер в ядре сверхновой. В работе [204] аналогичная оценка была получена из анализа процесса рождения правых нейтрино космическим тепловым фоном при температуре ранней Вселенной вблизи значения пионной массы, через реакцию $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$.

В стандартной модели ширина процесса $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ пропорциональна m_ν^2 , но он может также идти через обмен лептокварком, и в этом случае не подавлен малостью массы нейтрино. Соответствующая амплитуда процесса имеет вид

$$\mathcal{M}_{\pi\nu\nu}^X = \frac{\pi\alpha_S(M_{LQ}) f_\pi m_\pi^2 Q}{\sqrt{2} M_{LQ}^2 m_u} (\mathcal{K}^+ \mathcal{U})_{iu} (\mathcal{U}^+ \mathcal{K})_{uj} (\bar{\nu}_i \gamma_5 \nu_j), \quad (7.37)$$

а вероятность распада, просуммированная по всем сортам нейтрино i, j , не будет зависеть от смешивания. При этом из ограничения (7.36) возникает следующий нижний предел на массу лептокварка

$$M_{LQ} > 18 \text{ ТэВ}. \quad (7.38)$$

Однако, как отмечалось в работе [205], оценка статьи [203] неточна, поскольку получена без учета процесса поглощения пионов нуклонами. В то же время в условиях ядра сверхновой этот процесс доминирует над свободным распадом $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, что существенно меняет ширину распада Γ_π , использованную при оценке [203]. Корректная оценка на ширину распада $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ из данных по сверхновой SN1987A с учетом отмеченных факторов повышает предел (7.36) на несколько порядков величины. Отметим, что экспериментальный предел на относительную ширину распада $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$, полученный из данных по распаду K^+ -мезона [118], составляет около 10^{-6} , что дает достаточно мягкое ограничение на массу лептокварка, $M_{LQ} > 0.4 \text{ ТэВ}$.

Следует заметить, что космологическая оценка (7.36), полученная в [204], также подвергалась критике. В работе [206] указывалось, что в условиях ранней Вселенной существенную роль играли процессы $\pi - \pi$ - рассеяния, ширина которого доминирует над шириной свободного распада, что должно размывать резонансный режим в процессе $\gamma\gamma \rightarrow$

$\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$. С учетом этого оценка (7.36) [204] также увеличивается на несколько порядков.

2.6 Комбинированная оценка на массу лептокварка из ускорительных данных

В свете вышесказанного представляется целесообразным получение оценки на массу лептокварка из совместного анализа данных по редким низкоэнергетическим процессам, без использования ограничения (7.36). Наиболее интересными представляются сценарии, когда нижняя граница на массу лептокварка не слишком высока, что позволило бы обсуждать возможность экспериментального наблюдения его эффектов.

Такие сценарии осуществимы только при условии малости элементов матрицы смешивания нижних кварков и лептонов, $|\mathcal{D}_{ed}| \ll 1$, $|\mathcal{D}_{\mu d}| \ll 1$. В этом случае смягчаются все ограничения Таблицы 2 на M_{LQ} , кроме того, которое следует из отношения $\mu - e$ универсальности для распадов $K \rightarrow e\nu$ и $K \rightarrow \mu\nu$, где этих матричных элементов нет, см. (7.16). В силу унитарности матрицы \mathcal{D} это означает, что третий элемент в том же столбце, $\mathcal{D}_{\tau d}$, должен быть близок к единице. Далее, используя связь матрицы Кабиббо - Кобаяши - Маскава с матрицами \mathcal{U} и \mathcal{D} , $V = \mathcal{U}^+\mathcal{D}$, для комбинации, содержащейся в (7.16), получаем

$$\mathcal{D}_{es}\mathcal{U}_{eu}^* = V_{ud}\mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{ed}^* + V_{us}|\mathcal{D}_{es}|^2 + V_{ub}\mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{eb}^*. \quad (7.39)$$

Пренебрегая первым слагаемым, ввиду предполагаемой малости элемента \mathcal{D}_{ed} , и третьим, ввиду малости элемента $V_{ub} < 5 \cdot 10^{-3}$, получим ограничение

$$M_{LQ} > (55 \text{ ТэВ}) \cdot |\mathcal{D}_{es}|.$$

Наконец, предполагая, что элемент \mathcal{D}_{es} также достаточно мал, при этом должно быть $\mathcal{D}_{\mu s} \sim \mathcal{D}_{eb} \sim 1$, получаем, что наиболее сильное ограничение на массу лептокварка в рассматриваемом случае происходит из верхней границы на ширину распада $B_s^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ (7.35) и составляет

$$M_{LQ} > 20.7 \text{ ТэВ}. \quad (7.40)$$

3 Распады мюона с несохранением лептонного числа в модели Пати - Салама

Предметом постоянного внимания экспериментаторов являются безнейтринные распады мюона с нарушением лептонного числа: $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$, $\mu \rightarrow ee\bar{e}$ [207]. В рамках стандартной модели вероятности этих распадов сильно подавлены за счет известного ГИМ-сокращения фактором

$$\left(\frac{m_\nu}{m_W}\right)^4 \sim 10^{-39} \cdot \left(\frac{m_\nu}{20 \text{ eV}}\right)^4, \quad (7.41)$$

см., например [208, 209]. В связи с малостью масс нейтрино приходится сделать вывод, что процессы с такой вероятностью, по-видимому, недоступны для наблюдения в лабораторных условиях. Если предположить существование 4-го поколения, то в нем нейтральный лептон должен быть тяжелым, $m_{L^0} > m_Z/2$, и подавление типа (7.41) исчезает. Следует отметить, что здесь может возникать подавление другого рода – малыми углами смешивания, так как заметное смешивание лептонов 4-го поколения с 1-м и 2-м нарушило бы $\mu - \beta$ -универсальность, а также привело бы к эффекту неортогональности феноменологических электронного и мюонного нейтрино [210, 211].

Существующие экспериментальные пределы имеют вид:

$$BR(\mu \rightarrow e\gamma)_{exp} < 1.2 \cdot 10^{-11} \quad [212],$$

$$BR(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)_{exp} < 7.2 \cdot 10^{-11} \quad [213],$$

$$BR(\mu \rightarrow ee\bar{e})_{exp} < 1.0 \cdot 10^{-12} \quad [214].$$

Эти редкие распады мюона не имеют отмеченного выше сильного ГИМ-подавления в рассматриваемой модели Пати - Салама с кварк-лептонной симметрией [117]. Исследуем, какой вклад могло бы дать взаимодействие с лептокварками в распады $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ и $\mu \rightarrow ee\bar{e}$. Интересующая нас часть эффективного лагранжиана, обуславливающая переходы, недиагональные по лептонному заряду, имеет вид

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{2\pi\alpha_S(M_{LQ})}{M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{ln} \mathcal{D}_{l'n'}^* \left\{ \frac{1}{2} (\bar{l}\gamma_\alpha\gamma_5 l') (\bar{d}_{n'}\gamma_\alpha\gamma_5 d_n) + \right. \quad (7.42)$$

$$\left. + \frac{1}{2} (\bar{l}\gamma_\alpha l') (\bar{d}_{n'}\gamma_\alpha d_n) + Q(\mu_0) [(\bar{l}\gamma_5 l') (\bar{d}_{n'}\gamma_5 d_n) - (\bar{l}l') (\bar{d}_{n'}d_n)] \right\}.$$

Каждый из рассматриваемых процессов описывается совокупностью однопетлевых диаграмм Фейнмана с виртуальными d, s, b -кварками. На рис. 31, 32, 33 изображены диаграммы, дающие основной вклад в амплитуды.

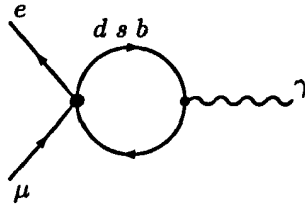


Рис. 31: Диаграмма Фейнмана для распада $\mu \rightarrow e\gamma$ через кварковую петлю. Четырехфермионная кварк - лептонная вершина изображает локальный предел взаимодействия через виртуальный лептокварк.

Область интегрирования по виртуальному импульсу k в петлях рис. 31, 32, 33 целесообразно разбить на две части, взяв в качестве границы некий масштаб Λ_0 , выше которого применима теория возмущений КХД. По видимому, можно принять $\Lambda_0 \sim (2 \div 3)\Lambda_{QCD}$. Тогда для оценки вероятностей распадов по порядку величины можно представить амплитуды

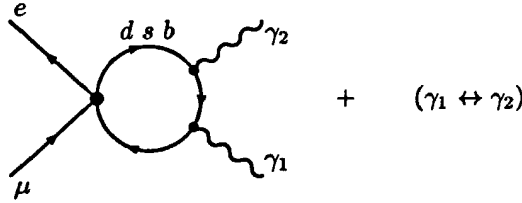


Рис. 32: Диаграмма Фейнмана для распада $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$.

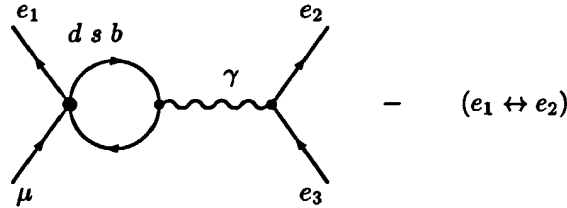


Рис. 33: Диаграмма Фейнмана для распада $\mu \rightarrow ee\bar{e}$.

в виде $M = \Delta M^{LD} + \Delta M^{SD}$. Здесь ΔM^{SD} (вклад малых расстояний) соответствует области больших виртуальных импульсов $k > \Lambda_0$, где можно пользоваться приближением свободных кварков. При оценке вклада больших расстояний ΔM^{LD} ($k < \Lambda_0$), где теория возмущений КХД не работает, мы используем полюсное приближение.

Как показывает анализ радиационных распадов мюона, в рассматриваемой модели двухфотонный распад доминирует над однофотонным. Действительно, поскольку передаваемый импульс $q^2 \simeq m_\mu^2$, основной вклад в амплитуду $\Delta M_{2\gamma}^{LD}$ процесса $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$, очевидно, дает виртуальный π^0 -мезон, см. рис. 34, находящийся довольно близко к массовой поверхности. При этом в эффективном лагранжиане (7.42) достаточно учесть только псевдоскалярную связь. Тогда для вклада больших расстояний в амплитуду процесса $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ в рассматриваемом приближении находим

$$\Delta M_{2\gamma}^{LD} \simeq \frac{i\alpha\alpha_S(M_{LQ})}{2M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu d}^* \frac{Q(\mu_0)}{m_d(\mu_0)} \frac{1}{1 - q^2/m_\pi^2} (\bar{e}\gamma_5\mu) f_{1\rho\sigma} \tilde{f}_{2\sigma\rho}, \quad (7.43)$$

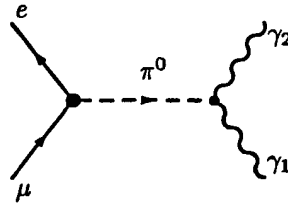


Рис. 34: Диаграмма Фейнмана для процесса $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ через виртуальный π^0 -мезон (вклад больших расстояний).

где α – постоянная тонкой структуры, $f_{\rho\sigma} = k_\rho\epsilon_\sigma - k_\sigma\epsilon_\rho$ – фурье-образ тензора поля фотона, $\tilde{f}_{\sigma\rho} = \frac{1}{2}e_{\sigma\rho\alpha\beta}f_{\alpha\beta}$ – дуальный тензор, $q = k_1 + k_2$ – полный 4-импульс фотонной пары, $m_d(\mu_0)$ – бегущая масса d -кварка на масштабе μ_0 .

Для аналогичного вклада $\Delta\mathcal{M}_{1\gamma}^{LD}$ в амплитуду распада $\mu \rightarrow e\gamma$ полюсное приближение дает нулевой результат, поскольку матричный элемент перехода виртуального векторного мезона $(\rho, \omega, \varphi, \psi)$ в фотон обращается в ноль на массовой поверхности фотона.

Интересно, что вклад малых расстояний $\Delta\mathcal{M}_{1\gamma}^{SD}$ в распад $\mu \rightarrow e\gamma$ также сильно подавлен по сравнению с соответствующим вкладом в $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$. Это легко понять из следующего качественного рассуждения. Действительно, если процесс $\mu \rightarrow e\gamma$ рассматривать в локальном пределе кварк-лептонного взаимодействия, см. рис. 31, то для кварковой петли имеется только один внешний импульс – импульс фотона q , и невозможно построить калибровочно инвариантную амплитуду для реального фотона. Лишь при учете эффектов нелокальности в кварк-лептонном взаимодействии включаются другие импульсы внешних частиц. Однако при этом в амплитуде неизбежно возникает дополнительный подавляющий фактор $\sim (m_b/M_{LQ})^2$, так что по порядку величины

$$\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e\gamma)} \sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{M_{LQ}}{m_b} \right)^4 \gg 1. \quad (7.44)$$

Точный расчет подтверждает этот качественный анализ.

При вычислении вклада малых расстояний в амплитуду распада $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ векторная часть эффективного лагранжиана (7.42) не работает, в силу теоремы Фарри. Как показывает анализ, доминируют скалярная и псевдоскалярная части, дающие равные вклады. В результате получаем

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{M}_{2\gamma}^{SD} &\simeq \frac{\alpha\alpha_S(M_{LQ})}{3M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{eb}\mathcal{D}_{\mu b}^* \frac{Q(\mu_0)}{\Lambda_0} \times \\ &\times \left[(\bar{e}\mu) f_{1\rho\sigma} f_{2\sigma\rho} + i(\bar{e}\gamma_5\mu) f_{1\rho\sigma} \tilde{f}_{2\sigma\rho} \right]. \end{aligned} \quad (7.45)$$

Определить относительный знак амплитуд (7.43) и (7.45) в используемом подходе, вообще говоря, не удастся. Однако при оценке по порядку величины можно пренебречь интерференцией (7.43) и псевдоскалярной части в (7.45), и по отдельности вычислить вклады в относительную вероятность распада $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ от больших и малых расстояний

$$\begin{aligned} BR(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)^{LD} &\simeq \frac{3\alpha^2\alpha_S^2(M_{LQ})}{16} \left(\frac{m_\mu Q(\mu_0)}{m_d(\mu_0)} \right)^2 \times \\ &\times F \left(\frac{m_\mu^2}{m_\pi^2} \right) \left(\frac{|\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu d}^*|}{G_F M_{LQ}^2} \right)^2, \end{aligned} \quad (7.46)$$

$$F(a) = \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{a} + \frac{4}{a^2} \right) + \frac{2}{a^3} \left(1 - \frac{3}{a} + \frac{2}{a^2} \right) \ln(1-a), \quad (7.47)$$

$$BR(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)^{SD} \simeq \frac{\alpha^2\alpha_S^2(M_{LQ})}{180} \left(\frac{m_\mu Q(\mu_0)}{\Lambda_0} \right)^2 \left(\frac{|\mathcal{D}_{eb}\mathcal{D}_{\mu b}^*|}{G_F M_{LQ}^2} \right)^2. \quad (7.48)$$

Величину (7.46) можно оценить, используя экспериментальное ограничение на ширину $\mu - e$ -конверсии на ядре [191], которая также может идти через обмен лептокварком, см. (7.27).

Учитывая достаточно медленный рост бегущей константы α_S с энергией и полагая $\alpha_S(M_{LQ}) \sim \alpha_S(100 \text{ ТэВ}) = 0.063$, находим численную

оценку для (7.46)

$$BR(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)^{LD} < 1.4 \cdot 10^{-19}. \quad (7.49)$$

Экспериментальных ограничений на элементы матрицы \mathcal{D} , входящие в (7.48), в настоящее время не существует. Как уже отмечалось, ограничение на массу лептокварка, не зависящее от смешивания, имеет вид $M_{LQ} > 18$ ТэВ. Чтобы оценить верхнюю границу для (7.48), предположим, что смешивание в секторе s, b -кварков и e, μ -лептонов максимально, при этом $|\mathcal{D}_{eb}\mathcal{D}_{\mu b}^*| \simeq 1/2$. Параметр Λ_0 , входящий в (7.46), остается неопределенным. Окончательно находим

$$BR(\mu \rightarrow e\gamma\gamma)^{SD} < 0.52 \cdot 10^{-17} \left(\frac{500 \text{ МэВ}}{\Lambda_0} \right)^2. \quad (7.50)$$

Аналогичный анализ распада $\mu \rightarrow ee\bar{e}$ показывает, что здесь, также, как и в распаде $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$, доминирует вклад малых расстояний. Амплитуда процесса, см. рис. 33, может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{3e} \simeq \Delta\mathcal{M}_{3e}^{SD} \simeq & -\frac{2\alpha\alpha_S(M_{LQ})}{3M_{LQ}^2} \mathcal{D}_{eb}\mathcal{D}_{\mu b}^* \ln \frac{m_b}{\Lambda_0} \times \\ & \times [(\bar{e}_1\gamma_\alpha\mu)(\bar{e}_2\gamma_\alpha e_3) - (1 \leftrightarrow 2)]. \end{aligned} \quad (7.51)$$

Относительная вероятность распада $\mu \rightarrow ee\bar{e}$ равна

$$BR(\mu \rightarrow ee\bar{e}) \simeq \frac{2\alpha^2\alpha_S^2(M_{LQ})}{3} \ln^2 \frac{m_b}{\Lambda_0} \left(\frac{|\mathcal{D}_{eb}\mathcal{D}_{\mu b}^*|}{G_F M_{LQ}^2} \right)^2. \quad (7.52)$$

Учитывая те же ограничения на параметры модели, находим

$$BR(\mu \rightarrow ee\bar{e}) < 1.3 \cdot 10^{-14} \left(1 + 0.43 \cdot \ln \frac{500 \text{ МэВ}}{\Lambda_0} \right)^2. \quad (7.53)$$

Примечательно, что в выражении (7.53) зависимость от граничного масштаба Λ_0 существенно более слабая, чем в (7.50).

Таким образом, минимальная симметрия кварков и лептонов $SU_V(4) \otimes SU_L(2) \otimes G_R$, при учете смешивания в кварк-лептонных токах, приводит к ряду интересных предсказаний относительно редких распадов мюона с несохранением лептонного числа:

1. Имеет место иерархия вероятностей распадов

$$\Gamma(\mu \rightarrow ee\bar{e}) \gg \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma\gamma) \gg \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma), \quad (7.54)$$

см. оценки (7.44), (7.50), (7.53).

2. Относительные вероятности рассмотренных распадов не зависят от масс нейтрино.
3. Используя теоретическую оценку на массу лептокварка, следующую из космологического ограничения на ширину распада $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и более жесткую оценку (7.27) на параметры модели из экспериментального ограничения на ширину $\mu - e$ -конверсии на титане, мы оценили относительные вероятности распадов $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ и $\mu \rightarrow ee\bar{e}$, см. (7.49), (7.50), (7.53). Предсказываемые значения существенно меньше имеющихся экспериментальных пределов, однако они не так малы, как в стандартной модели, и оставляют надежду на обнаружение распадов в будущем.

По нашему мнению, полученные результаты, могут представлять интерес при обсуждении перспектив дальнейших поисков распадов $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ и $\mu \rightarrow ee\bar{e}$.

Заключение

В настоящей диссертации исследовано влияние внешней активной среды – сильного магнитного поля и горячей плотной плазмы – на нейтрино - электронные и нейтрино - фотонные реакции. Проанализированы их проявления в астрофизических процессах, таких, как слияния нейтронных звезд и взрывы сверхновых, где присутствуют интенсивные потоки нейтрино и возможна генерация сильных магнитных полей.

В диссертации представлены следующие результаты:

1. Исследован процесс “распада” нейтрино $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в сильном магнитном поле, запрещенный в вакууме. Вычислен вклад основного уровня Ландау в вероятность процесса как в сильных, так и в относительно слабых полях. Детально исследован случай больших энергий начального нейтрино, когда основной вклад в вероятность дают высшие уровни Ландау (приближение скрещенного поля). Ранее расчет вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле проводился в нескольких статьях в приближении большого динамического параметра χ , когда в выражении для вероятности удерживались только лидирующий логарифмический член $\sim \ln \chi$ и константа, при этом авторами было получено шесть различающихся между собой формул. В диссертации получена достаточно простая формула для вероятности, справедливая при произвольных значениях динамического параметра, что значительно расширяет область применимости. В приближении малых значений параметра χ формула согласуется с известным в литературе выражением. При больших значениях χ формула воспроизводит результат, полученный нами

ранее.

2. Вычислены средние потери энергии и импульса нейтрино за счет рождения электрон - позитронных пар в магнитном поле. Проанализированы возможные астрофизические приложения данного процесса. Получена оценка для доли энергии, теряемой нейтрино на рождение пар. Показано, что при наличии достаточно сильного магнитного поля, за счет процесса нейтринного рождения электрон-позитронных пар могла бы быть решена известная проблема FOE (ten to the Fifty One Ergs), состоящая в том, что для согласованного описания динамики взрыва сверхновой необходимо, чтобы выходящий нейтринный поток за счет какого-то механизма оставлял в оболочке $\sim 10^{51}$ эрг, то есть около 1% полной выделяющейся при взрыве энергии $\sim 10^{53}$ эрг. Получена оценка асимметрии вылета нейтрино по отношению к магнитному полю звезды, обусловленной несохранением P -четности в слабом взаимодействии. Показано, что при соответствующих значениях физических параметров астрофизического катаклизма данная асимметрия может быть источником возникновения большой собственной скорости пульсара.
3. Исследован полный набор нейтрино - электронных процессов в замагниченной плазме. Кроме канонических реакций рассеяния $\nu e^{\mp} \rightarrow \nu e^{\mp}$ и аннигиляции $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^{-}e^{+}$ рассмотрены экзотические процессы “синхротронного” излучения и поглощения нейтринной пары $e \leftrightarrow e\nu\bar{\nu}$, а также нейтринного излучения и поглощения электрон - позитронной пары $\nu \leftrightarrow \nu e^{-}e^{+}$. Показано, что из этого полного набора процессы с рождением и поглощением пары нейтрино кинематиче-

ски подавлены в случае относительно высоких энергий нейтрино, $E_\nu \gg m_e$, и горячей плотной плазмы $T, \mu \gg m_e$. Суммарная вероятность всех процессов, содержащих нейтрино как в начальном, так и в конечном состоянии, такого подавления не имеет. Показано, что полная вероятность этих процессов, а также средние потери энергии и импульса нейтрино не зависят от химического потенциала e^-e^+ -плазмы, тогда как вклады отдельных процессов такую зависимость содержат, что оказалось новым и неожиданным результатом.

4. Вычислены потери энергии и импульса нейтрино при распространении сквозь замагниченную плазму. Получены оценки интегрального действия выходящего нейтринного потока на оболочку ядра взрывающейся сверхновой при генерации в ней сильного магнитного поля, с учетом разницы спектральных температур разных типов нейтрино. Поскольку энергообмен между нейтринным потоком и плазмой в основном определяется β -процессами, которые доминируют над нейтрино-электронными процессами, это приводит к установлению температуры плазмы, близкой к спектральной температуре фракции электронных нейтрино. При этом должно проявляться существенное силовое воздействие более энергичных мюонных и тауонных нейтрино на плазму, направленное вдоль магнитного поля. В случае, когда в оболочке генерируется тороидальное магнитное поле, интегральная нейтринная сила способна достаточно быстро, за времена порядка секунды привести к существенному перераспределению касательных скоростей плазмы. В двух тороидах, в которых магнитное поле имеет противоположные направления, касательное нейтринное ускорение плазмы будет иметь разный знак по отно-

шению к вращательному движению плазмы. Этот эффект, в свою очередь, может привести к существенному перераспределению силовых линий магнитного поля, концентрируя их преимущественно в одном из тороидов. Это приводит к значительной асимметрии энергии магнитного поля в двух полушариях и может быть причиной асимметричного взрыва сверхновой, что могло бы служить объяснением феномена больших собственных скоростей пульсаров.

5. Получена наиболее общая амплитуда комптоноподобного фотон-нейтринного процесса $\gamma\nu \rightarrow \gamma\nu$, охватывающая случаи массивных и безмассовых нейтрино, виртуальных и реальных фотонов, как в стандартной модели электрослабого взаимодействия с учетом возможного смешивания в лептонном секторе, так и в рамках обобщения стандартной модели с нарушенной лево-правой симметрией и со смешиванием векторных бозонов, взаимодействующих с левыми и правыми заряженными слабыми токами. Полученная амплитуда позволила, в частности, путем замены тензора электромагнитного поля одного из фотонов на тензор внешнего электромагнитного поля, получить первый член разложения по внешнему полю амплитуды радиационного распада нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ в электромагнитном поле произвольной конфигурации. Вычисленная таким способом вероятность распада позволяет проверить правильность расчета во внешнем скрещенном поле, в связи с имеющимися в литературе разногласиями.
6. В качестве еще одной иллюстрации применения общей формулы для амплитуды процесса $\nu_i \gamma^* \rightarrow \nu_j \gamma^*$ анализируется рассеяние ней-

трино высокой энергии на ядре с излучением фотона. В главном логарифмическом приближении найдены спектр фотонов и полное сечение реакции. Обсуждается возможность обнаружения этой реакции в лабораторном эксперименте с нейтрино высоких энергий от ускорителя. Важность изучения такого процесса, как минимум однопетлевого, обусловлена тем, что его экспериментальное наблюдение явилось бы одним из тестов на применимость высших порядков теории возмущений в стандартной модели электрослабого взаимодействия. Реально такой процесс проявлялся бы, как тормозное излучение нейтрино в кулоновском поле ядра. Малая величина сечения делает наблюдение изучаемого процесса труднодоступным в ближайшем будущем. Однако, наличие четкого сигнала — излучение одиночного жесткого γ -кванта без какого-либо сопровождения с очень узким угловым распределением, позволяет надеяться, что обсуждаемый процесс $\nu\gamma^* \rightarrow \nu\gamma$ может стать доступным для наблюдения.

7. Вычислены однопетлевые индуцированные полем вклады в обобщенную амплитуду перехода $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow j'$ в постоянном однородном магнитном и скрещенном поле. Результаты, полученные для произвольных комбинаций скалярного, псевдоскалярного, векторного и псевдовекторного взаимодействий феноменологических токов j с фермионами, могут широко использоваться при анализе разнообразных переходов в магнитном и скрещенном поле, таких, как распады $\nu \rightarrow \nu\gamma$, $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$, $a \rightarrow \nu\bar{\nu}$, $a \rightarrow e^- e^+$, осцилляции “аксион \leftrightarrow фотон”, а также массовые операторы скалярных и псевдоскалярных частиц, поляризационный оператор фотона в поле.

8. На основе полученной обобщенной амплитуды построен эффективный лагранжиан $\nu\nu\gamma$ -взаимодействия, индуцированного внешним магнитным полем, в рамках стандартной модели с возможным смешиванием в лептонном секторе. Результат применим для магнитного поля произвольной интенсивности, когда частицы, вообще говоря, находятся вне массовой поверхности. Рассмотрен процесс распада фотона на нейтринную пару в магнитном поле. Получены простые выражения для вероятности процесса в двух предельных случаях, когда максимальным физическим параметром задачи является либо напряженность магнитного поля, либо энергия распадающегося фотона. Найдены оценки для вклада процесса $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в нейтринную светимость плазмы в условиях взрыва сверхновой, этот вклад, одинаковый для всех ароматов нейтрино, может быть существенным в низкоэнергетической части нейтринного спектра.
9. Проведен общий анализ трехвершинной петлевой амплитуды в сильном магнитном поле, с использованием асимптотической формы электронного пропагатора в поле. С целью исследования фотон - нейтринного процесса $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ рассматривались комбинации вершин вида “скаляр – вектор – вектор” (SVV), “псевдоскаляр – вектор – вектор” (PVV), “вектор – вектор – вектор” (VVV) и “аксиал – вектор – вектор” (AVV). Показано, что только амплитуда вида SVV линейно растет с ростом напряженности магнитного поля, в то время как в остальных амплитудах, PVV , VVV и AVV , линейно растущие вклады отсутствуют. Процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ исследован в рамках лево-право-симметричного расширения стандартной модели электрослабых взаимодействий, где возможна эффективная скалярная

$\nu\nu e e$ - связь. Обсуждаются возможные астрофизические проявления данного процесса.

10. На основе полученной амплитуды VVV -типа проанализирован процесс расщепления фотона $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ в сильном магнитном поле как ниже, так и выше порога рождения электрон - позитронной пары, с учетом неколлинеарности кинематики. В частном случае коллинеарной кинематики, когда все импульсы фотонов пропорциональны друг другу, полученный результат совпадает с известным в литературе. Вычислены вероятности расщепления реальных фотонов по различным каналам с учетом законов дисперсии фотона в сильном магнитном поле, а также больших радиационных поправок в окрестности первого циклотронного резонанса. Показано, что предел коллинеарной кинематики является неудовлетворительным приближением в этом случае. В частности, существенный вклад в вероятность расщепления реального фотона дает конфигурация поляризации фотона, запрещенная в коллинеарном пределе.
11. Получена амплитуда процесса взаимодействия трех фотонов и нейтринной пары в сильном магнитном поле $\gamma\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$. С использованием этой общей амплитуды исследован процесс фоторождения нейтринной пары на ядре $\gamma + Ze \rightarrow Ze + \gamma + \nu + \bar{\nu}$ в сильном магнитном поле. Показано, что с учетом дисперсии фотона в сильном поле катализирующее влияние последнего на данный процесс значительно уменьшается, так что при любой величине поля нейтринное фоторождение не может конкурировать с URCA - процессами.
12. Проведено последовательное вычисление массового оператора элек-

трона в сильном магнитном поле путем суммирования главных логарифмических вкладов во всех порядках теории возмущений. Учтено влияние сильного поля на поляризационный оператор виртуального фотона. Показано, что в главном логарифмическом приближении существенным является вклад не только от основного, но и от высших уровней Ландау виртуальных электронов. Исследован эффект генерации динамической массы электрона магнитным полем. В модели с N заряженными фермионами показано, что при любом значении электромагнитной константы связи α существует некоторое критическое значение N_{cr} , такое, что при $N < N_{cr}$ генерируется динамическая масса фермиона с дублетным расщеплением, а при $N > N_{cr}$ динамическая масса вообще не возникает, и киральная симметрия остается ненарушенной.

13. В рамках минимальной кварк-лептонной симметрии типа Пати - Салама, основанной на группе $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется, как четвертый цвет, исследовано смешивание фермионов новой природы и показано, что для перенормируемости модели необходимо существование всех возможных типов фермионного смешивания. Из комбинированного анализа астрофизических и космологических данных по нейтринным процессам и ускорительных данных получены оригинальные оценки на массу лептокварка и параметры матриц смешивания.
14. Проанализированы редкие распады мюона с несохранением лептонного числа в модели с минимальной кварк-лептонной симметрией $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$. Сделаны предсказания о величинах веро-

ятностей распадов. Показано, что в рассматриваемой модели имеет место специфическая иерархия вероятностей распадов

$$\Gamma(\mu \rightarrow ee\bar{e}) \gg \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma\gamma) \gg \Gamma(\mu \rightarrow e\gamma).$$

Существующие ограничения на массу лептокварка и элементы матрицы смешивания (из ширины $\mu - e$ -конверсии на ядрах и космологической оценки для распада $\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$) позволяют установить верхние границы для относительной вероятности распада $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ на уровне 10^{-17} и для распада $\mu \rightarrow ee\bar{e}$ на уровне 10^{-14} . Таким образом, эти распады могут быть, в принципе, доступны экспериментальному наблюдению, и полученные результаты могут представлять интерес при обсуждении перспектив дальнейших поисков редких распадов мюона.

Основные результаты диссертации опубликованы в тридцати двух статьях [27, 28, 30, 31, 60–62, 71, 72, 88, 94–97, 124–131, 149, 153, 166, 168, 172–177], в числе которых 22 статьи – в ведущих рецензируемых российских и международных журналах и 10 статей в материалах российских и международных конференций и симпозиумов.

Автор выражает глубокую благодарность учителю и коллеге, научному консультанту диссертации профессору Николаю Владимировичу Михееву за постоянное внимание к работе, обсуждение полученных результатов, советы и помощь, оказанные ему при выполнении диссертации. Автору приятно поблагодарить Л.А. Василевскую, А.А. Гвоздева, М.В. Чистякова, Д.А. Румянцева и М.Ю. Боровкова, в соавторстве с которыми выполнена часть работ, за поддержку. Автор благодарит также

проф. В.А. Рубакова, проф. К.А. Тер-Мартirosяна, проф. В.Б. Семикоза, проф. Д.Г. Яковлева, проф. А.В. Борисова и проф. Г.Г. Раффельта за полезные обсуждения.

Приложение А

Решения уравнения Дирака для электрона во внешнем электромагнитном поле

Для вычисления S -матричных элементов, описывающих квантовые процессы во внешних полях, применяется стандартная процедура, основанная на диаграммной технике Фейнмана с использованием полевого оператора электрона на основе разложения по решениям уравнения Дирака во внешнем магнитном поле:

$$\Psi = \sum_{\vec{p}, s, n} (a_{p,s} \Psi^{(+)} + b_{p,s}^+ \Psi^{(-)}), \quad (\text{A.1})$$

где $\Psi^{(+)}$ и $\Psi^{(-)}$ - нормированные решения уравнения Дирака в магнитном поле с положительной и отрицательной энергией соответственно.

Выпишем явный вид волновых функций электрона в магнитном поле, соответствующих двум проекциям его спина на направление поля $s = \pm 1$ (магнитное поле направлено вдоль оси z , а векторный потенциал выбран в виде $\mathbf{A} = (0, xB, 0)$)

$$\Psi_{s=+1, n}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2E_n L_y L_z}} \begin{pmatrix} \sqrt{E_n + m_e} V_{n-1}(\xi) \\ 0 \\ \frac{p_z}{\sqrt{E_n + m_e}} V_{n-1}(\xi) \\ \frac{i\sqrt{2eBn}}{\sqrt{E_n + m_e}} V_n(\xi) \end{pmatrix} e^{-i(E_n t - p_y y - p_z z)}, \quad (\text{A.2})$$

$$\Psi_{s=-1,n}^{(+)} = \frac{1}{\sqrt{2E_n L_y L_z}} \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E_n + m_e} V_n(\xi) \\ \frac{-i\sqrt{2eBn}}{\sqrt{E_n + m_e}} V_{n-1}(\xi) \\ \frac{-p_z}{\sqrt{E_n + m_e}} V_n(\xi) \end{pmatrix} e^{-i(E_n t - p_y y - p_z z)}, \quad (\text{A.3})$$

где L_x, L_y, L_z – вспомогательные параметры, определяющие нормировочный объем $V = L_x L_y L_z$, p_z – кинетический импульс вдоль оси z , p_y – обобщенный импульс, определяющий положение центра гауссова пакета по оси x , $x_0 = -p_y/eB$, см. (A.5), $n = \nu + \frac{1+s}{2}$ – нумерует уровни Ландау, $\nu = 0, 1, 2, \dots$,

$$E_n = \sqrt{m_e^2 + p_z^2 + 2eBn}, \quad (\text{A.4})$$

$$\xi = \sqrt{eB} \left(x + \frac{p_y}{eB} \right), \quad (\text{A.5})$$

$$V_n(\xi) = \frac{(eB)^{1/4}}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}} H_n(\xi) e^{-\xi^2/2},$$

$H_n(\xi)$ – полиномы Чебышёва - Эрмита,

$$H_n(\xi) = (-1)^n e^{\xi^2} \frac{d^n}{d\xi^n} e^{-\xi^2}.$$

Учитывая связь между n и ν , можно видеть, что из двух приведенных решений только решение (A.3) может соответствовать уровню Ландау с $n = 0$.

Позитрону в разложении оператора (A.1) соответствуют решения с отрицательной энергией, которые могут быть получены из решений (A.2), (A.3) сменой знака у величин E, p_y, p_z .

Основной уровень Ландау

В сильном магнитном поле, когда индукция поля B определяет максимальный энергетический масштаб задачи, а именно $eB > E^2, m_e^2$, электроны могут находиться только в состояниях, соответствующих основному уровню Ландау ($n = 0, \nu = 0, s = -1$). В отличие от остальных уровней Ландау с $n \geq 1$, которые двукратно вырождены по спину ($s = -1, \nu = n$ или $s = +1, \nu = n - 1$), основной уровень не вырожден, то есть спин фермиона фиксирован, $s = -1$.

Решение уравнения Дирака для электрона с энергией E и “импульсом” p_y, p_z в этом случае можно представить в следующей форме:

$$\Psi_p^{(+)} = \frac{(eB)^{1/4}}{(\sqrt{\pi} 2EL_y L_z)^{1/2}} e^{-i(Et - p_y y - p_z z)} e^{-\xi^2/2} u(p_{\parallel}), \quad (\text{A.6})$$

где p_{\parallel} – вектор энергии-импульса электрона в плоскости Минковского $\{0,3\}$. Здесь $E = \sqrt{m_e^2 + p_z^2}$.

Биспинорная амплитуда имеет вид

$$u(p_{\parallel}) = \frac{1}{\sqrt{E + m_e}} \begin{pmatrix} (E + m_e) \psi \\ -p_z \psi \end{pmatrix}, \quad \psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Интересно отметить, что биспинорная амплитуда (A.7) в точности совпадает с решением свободного уравнения Дирака для электрона с импульсом, параллельным оси z . Такое выделение биспинорной амплитуды, не зависящей от пространственной координаты x , характерно только для основного уровня Ландау.

Скращенное поле

Скращенным называется постоянное однородное электромагнитное поле, напряженности $\vec{\mathcal{E}}$ и \vec{B} которого взаимно перпендикулярны и равны по величине. Такое поле описывается 4-потенциалом вида $A^\mu = a^\mu \varphi$, где $\varphi = (kx)$, a^μ и k^μ – постоянные 4-векторы, $(kk) = 0$, $(ak) = 0$. При этом тензор поля равен: $F^{\mu\nu} = k^\mu a^\nu - k^\nu a^\mu$, свертка двух тензоров поля по одному индексу: $(FF)^{\mu\nu} = -k^\mu k^\nu (aa)$.

Решение уравнения Дирака для электрона с 4-импульсом $p^\mu = (E, \mathbf{p})$ в скращенном поле имеет вид:

$$\Psi_p(x) = \left(1 - \frac{e\hat{k}\hat{a}}{2(kp)}\varphi \right) \frac{u(p)}{\sqrt{2EV}} \times \quad (A.8)$$

$$\times \exp \left[-i \left((px) - \frac{e(ap)}{2(kp)}\varphi^2 - \frac{e^2(aa)}{6(kp)}\varphi^3 \right) \right],$$

где $u(p)$ – биспинорная амплитуда свободного электрона с импульсом p^μ .

Античастице соответствует решение с отрицательной энергией, которое может быть получено из решения (A.8) сменой знака у всех компонент 4-импульса p^μ .

Без потери общности можно выбрать направления осей системы координат следующим образом:

$$k^\mu = (k_0, k_0, 0, 0), \quad a^\mu = (0, 0, -a, 0). \quad (A.9)$$

При этом

$$\varphi = (kx) = k_0(t - x), \quad \vec{\mathcal{E}} = (0, \mathcal{E}, 0), \quad \vec{B} = (0, 0, B), \quad \mathcal{E} = B = k_0 a.$$

Полезно ввести также вектор $b^\mu = (0, 0, 0, -a)$, через который дуальный тензор $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$ выражается следующим образом: $\tilde{F}^{\mu\nu} = k^\mu b^\nu - k^\nu b^\mu$.

Приложение В

Пропагатор фермиона во внешнем электромагнитном поле

Магнитное поле

Пропагатор фермиона в постоянном однородном магнитном поле в формализме собственного времени Фока может быть представлен в форме [215]

$$S^F(x, y) = e^{i\Phi(x, y)} \tilde{S}^F(x - y). \quad (\text{B.1})$$

Здесь $\tilde{S}^F(X)$ – трансляционно и калибровочно инвариантная часть пропагатора:

$$\begin{aligned} \tilde{S}^F(X) = & -\frac{i\beta}{2(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s \sin(\beta s)} \left\{ \frac{1}{s} \left[\cos(\beta s)(X\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}\gamma) - i \sin(\beta s)(X\tilde{\varphi}\gamma)\gamma_5 \right] - \right. \\ & \left. - \frac{\beta}{\sin(\beta s)}(X\varphi\varphi\gamma) + m [2 \cos(\beta s) + \sin(\beta s)(\gamma\varphi\gamma)] \right\} \times \\ & \times \exp \left\{ -i \left[m^2 s + \frac{(X\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}X)}{4s} - \frac{\beta}{4\text{tg}(\beta s)}(X\varphi\varphi X) \right] \right\}, \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

где $\beta = e_f B$, e_f – электрический заряд фермиона, m – масса фермиона, $\varphi_{\alpha\beta}$ – безразмерный тензор внешнего поля, $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$, $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\varphi^{\rho\sigma}$ – дуальный тензор. Фаза $\Phi(x, y)$ трансляционно и калибровочно неинвариантна и может быть определена через криволинейный интеграл

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) &= e_f \int_x^y d\xi_\mu K^\mu(\xi), \quad (\text{B.3}) \\ K^\mu(\xi) &= A^\mu(\xi) + \frac{1}{2}F^{\mu\nu}(\xi - y)_\nu. \end{aligned}$$

Благодаря свойству $\partial_\mu K_\nu - \partial_\nu K_\mu = 0$ путь интегрирования от x до y в (В.3) произволен. В случае двухвершинной фермионной петли в амплитуду войдет сумма фаз, которая равна нулю

$$\Phi(x, y) + \Phi(y, x) = 0.$$

В случае n -вершинной фермионной петли ($n \geq 3$) суммарная фаза от n пропагаторов в петле трансляционно и калибровочно инвариантна. Действительно, представим 4-потенциал постоянного однородного внешнего поля в произвольной калибровке в виде

$$A^\mu(x) = \frac{1}{2}x_\nu F^{\nu\mu} + \partial^\mu \chi(x), \quad (\text{В.4})$$

где $\chi(x)$ — произвольная функция, при этом автоматически $\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = F^{\mu\nu}$. Вычисляя интеграл (В.3), получаем

$$\Phi(x, y) = \frac{e_f}{2}(xFy) + e_f[\chi(y) - \chi(x)]. \quad (\text{В.5})$$

Видно, что при суммировании фаз внутри замкнутой петли слагаемые, содержащие функцию χ , полностью сокращаются. Сумма n фаз выражается через разности координат:

$$\Phi_{tot} = \frac{e_f}{2} \sum_{i=1}^n (x_i F x_{i+1}) \Big|_{x_{n+1}=x_1} = \frac{e_f}{2} \sum_{l=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{l-1} (Z_k F Z_l), \quad (\text{В.6})$$

$$Z_i = x_i - x_{i+1}.$$

Для трех- и четырехвершинной петель имеем

$$\Phi(x_1, x_2) + \Phi(x_2, x_3) + \Phi(x_3, x_1) = \frac{e_f}{2}(x_1 - x_2)_\mu F^{\mu\nu}(x_2 - x_3)_\nu, \quad (\text{В.7})$$

$$\begin{aligned} \Phi(x_1, x_2) + \Phi(x_2, x_3) + \Phi(x_3, x_4) + \Phi(x_4, x_1) = \\ = \frac{e_f}{2}(x_1 - x_3)_\mu F^{\mu\nu}(x_2 - x_4)_\nu. \end{aligned} \quad (\text{В.8})$$

Интегрирование по переменной s в формуле (В.2) требует доопределения, поскольку подынтегральное выражение содержит полюса в точках $s = \pi k/|\beta|$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Предполагается, что интегрирование производится в комплексной плоскости s по контуру, начинающемуся из точки $s = 0$ и лежащему под вещественной осью.

Трансляционно инвариантная часть пропагатора $\tilde{S}^F(X)$ имеет и другие представления. Например, для анализа процессов в сильном магнитном поле целесообразно использовать асимптотическое выражение для пропагатора электрона ($e_f = -e$). Для его получения удобно переписать выражение $\tilde{S}^F(X)$ в виде частичного разложения в интеграл Фурье

$$\begin{aligned} \tilde{S}^F(X) = & -\frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{d\tau}{\text{th}\tau} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \left\{ [(p\gamma)_\parallel + m_e] \Pi_- (1 + \text{th}\tau) + \right. \\ & \left. + [(p\gamma)_\parallel + m_e] \Pi_+ (1 - \text{th}\tau) - (X\gamma)_\perp \frac{ieB}{2\text{th}\tau} (1 - \text{th}^2\tau) \right\} \times \\ & \times \exp\left(-\frac{eBX_\perp^2}{4\text{th}\tau} - \frac{\tau(m_e^2 - p_\parallel^2)}{eB} - i(pX)_\parallel \right), \end{aligned} \quad (\text{В.9})$$

$$d^2p = dp_0 dp_3, \quad \Pi_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm i\gamma_1\gamma_2), \quad \Pi_\pm^2 = \Pi_\pm, \quad [\Pi_\pm, (a\gamma)_\parallel] = 0.$$

Здесь γ_α — матрицы Дирака в стандартном представлении.

Асимптотическое выражение пропагатора в сильном магнитном поле может быть получено из (В.9) путем приближенной оценки интеграла по τ в пределе $eB/|m_e^2 - p_\parallel^2| \gg 1$. В этом случае основной вклад в интеграл по τ дает область $\tau \sim eB/|m_e^2 - p_\parallel^2|$, и трансляционно инвариантная часть пропагатора принимает простой вид:

$$\tilde{S}^F(X) \simeq \frac{ieB}{2\pi} \exp\left(-\frac{eBX_\perp^2}{4} \right) \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \frac{(p\gamma)_\parallel + m_e}{p_\parallel^2 - m_e^2} \Pi_- e^{-i(pX)_\parallel}, \quad (\text{В.10})$$

который впервые был получен в работах [17, 18].

Скрещенное поле

В случае скрещенного поля пропагатор фермиона в формализме собственного времени имеет тот же вид (В.1), где матрица $\tilde{S}^F(X)$ может быть получена из (В.2) предельным переходом, при котором инвариант β стремится к нулю, а ковариант $\beta\varphi_{\alpha\beta}$ остается конечным. При этом получаем

$$\begin{aligned} \tilde{S}^F(X) = & -\frac{i}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \left[\frac{1}{2s}(X\gamma) - \frac{ie_f}{2}(X\tilde{F}\gamma)\gamma_5 - \frac{se_f^2}{3}(XFF\gamma) + m + \right. \\ & \left. + \frac{sme_f}{2}(\gamma F\gamma) \right] \exp \left\{ -i \left[m^2s + \frac{X^2}{4s} + \frac{se_f^2}{12}(XFFX) \right] \right\}, \quad (\text{В.11}) \end{aligned}$$

где $F_{\mu\nu}$ и $\tilde{F}_{\mu\nu}$ — тензор и дуально-сопряженный тензор внешнего электромагнитного поля.

Список литературы

- [1] Raffelt G.G. Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 p.
- [2] Khlopov M.Yu. Cosmoparticle Physics. Singapore: World Scientific Press, 1999. 596 p.
- [3] Клапдор-Клайнгротхаус Г.В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц. М.: Редакция журнала “Успехи физических наук”, 2000. 496 с.
- [4] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J.* 1999. V. 510. No. 2. P. L115-L118.
- [5] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR1900+14 // *Nature* 1999. V. 397. P. 41-43.
- [6] Бисноватый-Коган Г.С. Взрыв вращающейся звезды как механизм сверхновой // *Астрон. журн.* 1970. Т. 47. С. 813.
- [7] Бисноватый-Коган Г.С. Физические вопросы теории звездной эволюции. М.: Наука, 1989. 487 с.
- [8] Duncan R.C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.* 1992. V. 392. No. 1. P. L9-L13.
- [9] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // *Astron. Astrophys.* 1995. V. 301. No. 9. P. 757-775.

- [10] Cardall C.Y., Prakash M., Lattimer J.M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // *Astrophys. J.* 2001. V. 554. No. 1. P. 322-339.
- [11] Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971. 484 с.
- [12] Липунов В.М. Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987. 294 с.
- [13] Vachaspati T. Magnetic fields from cosmological phase transitions // *Phys. Lett.* 1991. V. B265. No. 3,4. P. 258-261.
- [14] Ambjørn J., Olesen P. Electroweak magnetism, W -condensation and anti-screening // In: Proc. of 4th Hellenic School on Elementary Particle Physics, Corfu, 1992 (preprint hep-ph/9304220).
- [15] Grasso D., Rubinstein H.R. Magnetic fields in the early Universe // *Phys. Rep.* 2001. V. 348. No. 3. P. 163-266.
- [16] Ритус В.И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // Тр. ФИАН СССР "Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле". М.: Наука, 1979. Т. 111. С. 5-151.
- [17] Скобелев В.В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // *Изв. вузов. Физика.* 1975. № 10. С. 142-143.
- [18] Loskutov Yu.M., Skobelev V.V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // *Phys. Lett.* 1976. V. A56. No. 3. P. 151-152.

- [19] Скобелев В.В. Фотогенерация нейтрино и аксионов на при стимули-
рующем влиянии сильного магнитного поля // ЖЭТФ. 2001. Т. 120.
№ 4. С. 786-796.
- [20] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The radiative de-
cay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields //
Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 9. P. 5674-5685.
- [21] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Axion in an
external electromagnetic field // Phys. Rev. 1999. V. D60. No. 3.
P. 035001 (1-11).
- [22] Байер В.Н., Катков В.М. Рождение пары нейтрино при движении
электрона в магнитном поле // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 2.
С. 313-316.
- [23] Чобан Э.А., Иванов А.Н. Рождение лептонных пар высокоэнерге-
тическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны //
ЖЭТФ. 1969. Т. 56. № 1. С. 194-200.
- [24] Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Лысов Б.А. Рождение электрон -
позитронной пары нейтрино в магнитном поле // Изв. вузов. Фи-
зика. 1983. № 8. С. 30-34.
- [25] Книжников М.Ю., Татаринцев А.В. Рождение электрон - позитрон-
ной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // Вестн. МГУ.
Физ., астрофиз. 1984. Т. 25. № 3. С. 26-30.
- [26] Borisov A.V., Ternov A.I., Zhukovsky V.Ch. Electron-positron pair
production by a neutrino in an external electromagnetic field //
Phys. Lett. 1993. V. B318. No. 3. P. 489-491.

- [27] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino energy and momentum loss through the process $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B394. No. 1,2. P. 123-126.
- [28] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринное рождение электрон-позитронных пар в магнитном поле // ЯФ. 1997. Т. 60. № 11. С. 2038-2047.
- [29] Борисов А.В., Заморин Н.Б. Рождение электрон - позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // Ядер. физ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1647-1656.
- [30] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Romyantsev D.A. Lepton pair production by high-energy neutrino in an external electromagnetic field // Mod. Phys. Lett. 2000. V. A15. No. 8. P. 573-578.
- [31] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 2002. Т. 65. № 2. С. 303-306.
- [32] Шкловский И.С. Замечания о возможных причинах векового увеличения периодов пульсаров // Астрон. журн. 1969. Т. 46. № 4. С. 715-720.
- [33] Lyne A.G., Lorimer D.R. High birth velocities of radio pulsars // Nature. 1994. V. 369. P. 127-129.
- [34] Чугай Н.Н. Спиральность нейтрино и пространственные скорости пульсаров // Письма в астрон. журн. 1984. Т. 10. № 3. С. 210-213.

- [35] Дорофеев О.Ф., Родионов В.Н., Тернов И.М. Анизотропное излучение нейтрино от бета-распада в сильном магнитном поле // Письма в астрофиз. журн. 1985. Т. 11. № 4. С. 302-309.
- [36] Vilenkin A. Parity nonconservation and neutrino transport in magnetic fields // *Astrophys. J.* 1995. V. 451. P. 700-702.
- [37] Horowitz C.J., Piekarewicz J. Macroscopic parity violation and supernova asymmetries // *Nucl. Phys.* 1998. V. A640. No. 2. P. 281-290.
- [38] Horowitz C.J., Gang Li. Cumulative parity violation in supernovae // *Phys. Rev. Lett.* 1998. V. 80. No. 17. P. 3694-3697; Erratum // *ibid.* V. 81. No. 9. P. 1985.
- [39] Cooperstein J. Neutrinos in supernovae // *Phys. Rep.* 1988. V. 163. No. 1-3. P. 95-126.
- [40] Myra E.S. Neutrino transport in stellar collapse // *Phys. Rep.* 1988. V. 163. No. 1-3. P. 127-136.
- [41] Mezzacappa A., Bruenn S.W. Stellar core collapse – a Boltzmann treatment of neutrino-electron scattering // *Astrophys. J.* 1993. V. 410. No. 2. P. 740-760.
- [42] Kaminker A.D., Levenfish K.P., Yakovlev D.G. et al. Neutrino emissivity from e^- synchrotron and e^-e^+ annihilation processes in a strong magnetic field: general formalism and nonrelativistic limit // *Phys. Rev.* 1992. V. D46. No. 8. P. 3256-3264.

- [43] Kaminker A.D., Gnedin O.Yu., Yakovlev D.G. et al. Neutrino emissivity from e^-e^+ annihilation in a strong magnetic field: hot, nondegenerate plasma // Phys. Rev. 1992. V. D46. No. 10. P. 4133-4139.
- [44] Bezchastnov V.G., Haensel P. Neutrino - electron scattering in a dense magnetized plasma // Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 6. P. 3706-3721.
- [45] Yakovlev D.G., Kaminker A.D., Gnedin O.Y., Haensel P. Neutrino emission from neutron stars // Phys. Rep. 2001. V. 354. No. 1-2. P. 1-155.
- [46] Баталин И.А., Шабад А.Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. № 3. С. 894-900.
- [47] Tsai W.-Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. V. D10. No. 8. P. 2699-2702.
- [48] Shabad A.E. Photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1975. V. 90. No. 1. P. 166-195.
- [49] Шабад А.Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР "Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях". М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5-152.
- [50] Гальцов Д.В., Никитина Н.С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 6. С. 2008-2012.
- [51] Скобелев В.В. О реакциях $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и $\nu \rightarrow \gamma\nu$ в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. № 4. С. 1263-1267.

- [52] DeRaad Jr. L.L., Milton K.A., Hari Dass N.D. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field // *Phys. Rev.* 1976. V. D14. No. 12. P. 3326-3334.
- [53] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // *Phys. Lett.* 1992. V. B289. No. 1,2. P. 103-108.
- [54] Василевская Л.А., Гвоздев А.А., Михеев Н.В. Распад массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ в скрещенном поле // *Ядер. физ.* 1994. Т. 57. № 1. С. 124-127.
- [55] Скобелев В.В. Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // *ЖЭТФ.* 1995. Т. 108. № 1. С. 3-13.
- [56] Zhukovsky V.Ch., Eminov P.A., Grigoruk A.E. Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg - Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // *Mod. Phys. Lett.* 1996. V. A11. No. 39-40. P. 3119-3126.
- [57] D'Olivo J.C., Nieves J.F., Pal P.B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // *Phys. Lett.* 1996. V. B365. No. 1-4. P. 178-184.
- [58] Ioannisian A.N., Raffelt G.G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // *Phys. Rev.* 1997. V. D55. No. 11. P. 7038-7043.
- [59] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Resonance neutrino bremsstrahlung $\nu \rightarrow \nu \gamma$ in a strong magnetic field // *Phys. Lett.* 1997. V. B410. No. 2-4. P. 211-215.

- [60] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Photon splitting $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ in an external magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B427. No. 1,2. P. 105-108.
- [61] Василевская Л.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Индуцированное магнитным полем нейтрино-фотонное $\nu\nu\gamma$ -взаимодействие // ЯФ. 1999. Т. 62. № 4. С. 715-722.
- [62] Василевская Л.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринные процессы в сильном внешнем магнитном поле // В сб.: Физика элементарных частиц и атомного ядра / Материалы XXXIII зимней школы ПИЯФ, Гатчина, 1999. Ред. В.А. Гордеев и др. ПИЯФ, С.-Петербург, 1999. С.182-206.
- [63] Gell-Mann M. The reaction $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ // Phys. Rev. Lett. 1961. V. 6. No. 2. P. 70-71.
- [64] Crewther R.J., Finjord J., Minkowski P. The annihilation process $\nu\bar{\nu} \rightarrow \gamma\gamma$ with massive neutrino in cosmology // Nucl. Phys. 1982. V. B207. No. 2. P. 269-287.
- [65] Dodelson S., Feinberg G. Neutrino - two-photon vertex // Phys. Rev. 1991. V. D43. No. 3. P. 913-920.
- [66] Levine M.J. The process $\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ // Nuovo Cim. 1967. V. A48. No. 1. P. 67-71.
- [67] Dicus D.A. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of weak and electromagnetic interactions // Phys. Rev. 1972. V. D6. No. 4. P. 941-949.

- [68] Dicus D.A., Repko W.W. Photon neutrino scattering // Phys. Rev. 1993. V. D48. No. 11. P. 5106-5108.
- [69] Rosenberg L. Electromagnetic interactions of neutrinos // Phys. Rev. 1963. V. 129. No. 6. P. 2786-2788.
- [70] Cung V.K., Yoshimura M. Electromagnetic interaction of neutrinos in gauge theories of weak interactions // Nuovo Cim. 1975. V. A29. No. 4. P. 557-564.
- [71] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Compton-like interaction of massive neutrinos with virtual photons // Phys. Lett. 1993. V. B299. No. 3-4. P. 367-369.
- [72] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Амплитуда процесса $\nu_i\gamma^* \rightarrow \nu_j\gamma^*$ с виртуальными фотонами и тормозное излучение при рассеянии нейтрино в кулоновском поле ядра // ЯФ. 1993. Т. 56. № 6. С. 108-114.
- [73] Liu J. Low-energy neutrino-two-photon interactions // Phys. Rev. 1991. V. D44. No. 9. P. 2879-2891.
- [74] Shaisultanov R. Photon - neutrino interactions in magnetic fields // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. No. 8. P. 1586-1587.
- [75] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. Neutrino - photon scattering and its crossed processes in a background magnetic field // Phys. Lett. 1999. V. B466. No. 2-4. P. 274-280.
- [76] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. The weak-field expansion for processes in a homogeneous background magnetic field // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 10. P. 105014 (1-13).

- [77] Dicus D.A., Repko W.W. Neutrino - photon scattering in a magnetic field // *Phys. Lett.* 2000. V. B482. No. 1-3. P. 141-144.
- [78] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Двухфотонное рождение нейтрино в сильном внешнем поле // *Вестн. МГУ: физ., астроном.* 1981. Т. 22. № 4. С. 10-13.
- [79] Нгуен Ван Хьеу, Шабалин Е.П. О роли процесса $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ в нейтринном излучении звезд // *ЖЭТФ.* 1963. Т. 44. № 3. С. 1003-1007.
- [80] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Эффективный лагранжиан $A^3(\nu\bar{\nu})$ - взаимодействия и процесс $\gamma\gamma \rightarrow \gamma(\nu\bar{\nu})$ в двумерном приближении квантовой электродинамики // *ТМФ.* 1987. Т. 70. № 2. С. 303-308.
- [81] Dicus D.A., Repko W.W. Photon - neutrino interactions // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 79. No. 4. P. 569-571.
- [82] Harris M., Wang J., Teplitz V.L. Astrophysical effects of $\nu\gamma \rightarrow \nu\gamma\gamma$ and its crossed processes. Preprint astro-ph/9707113.
- [83] Abada A., Matias J., Pittau R. Five-leg photon-neutrino interactions // In: Proc. XXIX ICHEP (Vancouver). Preprint hep-ph/9809418.
- [84] Abada A., Matias J., Pittau R. Inelastic photon-neutrino interactions using an effective Lagrangian // *Phys. Rev.* 1999. V. D59. No. 1. P. 013008 (1-7).
- [85] Abada A., Matias J., Pittau R. Direct computation of inelastic photon-neutrino processes in the Standard Model // *Nucl. Phys.* 1999. V. B543. No. 1-2. P. 255-268.

- [86] Abada A., Matias J., Pittau R. Low-energy photon-neutrino inelastic processes beyond the Standard Model // *Phys. Lett.* 1999. V. B450. No. 1-3. P. 173-181.
- [87] Dicus D.A., Kao C., Repko W.W. $\gamma\nu \rightarrow \gamma\gamma\nu$ and crossed processes at energies below m_W // *Phys. Rev.* 1999. V. D59. No. 1. P. 013005 (1-6).
- [88] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ.* 2002. Т. 75. № 9. С. 531-534.
- [89] Папанян В.О., Ритус В.И. Трехфотонное взаимодействие в интенсивном поле // *Тр. ФИАН СССР "Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля"*. М.: Наука, 1986. Т. 168. С. 120-140.
- [90] Adler S.L., Schubert C. Photon splitting in a strong magnetic field: recalculation and comparison with previous calculations // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 77. No. 9. P. 1695-1698.
- [91] Baier V.N., Milstein A.I., Shaisultanov R.Zh. Photon splitting in a very strong magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 77. No. 9. P. 1691-1694.
- [92] Байер В.Н., Мильштейн А.И., Шайсултанов Р.Ж. Расщепление фотона в сверхсильном магнитном поле // *ЖЭТФ.* 1997. Т. 111. № 1. С. 52-62.
- [93] Wilke C., Wunner G. Photon splitting in strong magnetic fields: asymptotic approximation formulae vs. accurate numerical results // *Phys. Rev.* 1997. V. D55. No. 2. P. 997-1000.

- [94] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting above the pair creation threshold in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B434. No. 1. P. 67-73.
- [95] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Чистяков М.В. Расщепление фотона на два фотона в сильном магнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1638-1646.
- [96] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. The transitions $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ and $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ in a strong magnetic field // In: Proceedings of the Ringberg Euroconference "New Trends in Neutrino Physics", Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, 1998. Edited by B. Kniehl, G. Raffelt and N. Schmitz. World Scientific Publishing Co., 1999. P. 245-254.
- [97] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting in a strong magnetic field // In: Proceedings of the 10th International Seminar "Quarks-98", Suzdal, Russia, 1998. Edited by F.L. Bezrukov et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 1999. V. 1. P. 299-308.
- [98] Demeur M. Etude de l'interaction entre le champ propre d'une particule et un champ électro-magnétique homogène et constant // Acad. Roy. Belg., Classe Sci., Mem. 1953. V. 28. P. 1643.
- [99] Jancovici B. Radiative correction to the ground-state energy of an electron in an intense magnetic field // Phys. Rev. 1969. V. 187. No. 5. P. 2275-2276.
- [100] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Радиационные поправки к массовому оператору электрона в двумерном приближении квантовой электродинамики // ТМФ. 1979. Т. 38. № 2. С. 195-200.

- [101] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Полевая асимптотика массового оператора: суммирование диаграмм теории возмущений // ТМФ. 1981. Т. 48. № 1. С. 44-48.
- [102] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Массовый оператор: однологарифмическая полевая асимптотика // Вестн. МГУ: физ., астроном. 1983. Т. 24. № 6. С. 95-97.
- [103] Gusynin V.P., Smilga A.V. Electron self-energy in strong magnetic field: summation of double logarithmic terms // Phys. Lett. 1999. V. B450. No. 1-3. P. 267-274.
- [104] Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dynamical chiral symmetry breaking by a magnetic field in QED. // Phys. Rev. 1995. V. D52. No. 8. P. 4747-4751.
- [105] Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dimensional reduction and catalysis of dynamical symmetry breaking by a magnetic field // Nucl. Phys. 1996. V. B462. No. 2-3. P. 249-290.
- [106] Leung C.N., Ng Y.J., Ackley A.W. Schwinger-Dyson equation approach to chiral symmetry breaking in an external magnetic field // Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 6. P. 4181-4184.
- [107] Lee D.-S., Leung C.N., Ng Y.J. Chiral symmetry breaking in a uniform external magnetic field // Phys. Rev. 1997. V. D55. No. 10. P. 6504-6513.
- [108] Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Dynamical chiral symmetry breaking in QED in a magnetic field: toward exact results // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. No. 7. P. 1291-1294.

- [109] Gusynin V.P., Miransky V.A., Shovkovy I.A. Theory of the magnetic catalysis of chiral symmetry breaking in QED // Nucl. Phys. 1999. V. B563. No. 1-2. P. 361-389.
- [110] Alexandre J., Farakos K., Koutsoumbas G. QED in a strong external magnetic field: beyond the constant mass approximation // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 10. P. 105017 (1-12).
- [111] Alexandre J., Farakos K., Koutsoumbas G. Remark on the momentum dependence of the magnetic catalysis in QED // Phys. Rev. 2001. V. D64. No. 6. P. 067702 (1-3).
- [112] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (*SNO Collaboration*). Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by 8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. No. 7. P. 071301 (1-5).
- [113] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (*SNO Collaboration*). Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. No. 1. P. 011301 (1-5).
- [114] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (*SNO Collaboration*). Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. No. 1. P. 011302 (1-5).
- [115] Gribov V.N., Pontecorvo B. Neutrino astronomy and lepton charge // Phys. Lett. 1969. V. B28. No. 7. P. 493-496.

- [116] Биленький С.М., Понтекорво Б.М. Смешивание лептонов и осцилляции нейтрино // УФН. 1977. Т. 123. № 2. С. 181-215.
- [117] Pati J.C., Salam A. Lepton number as the fourth "color" // Phys. Rev. 1974. V. D10. No. 1. P. 275-293.
- [118] Groom D.E., Aguilar-Benitez M., Amsler C. et al. (*Particle Data Group*). Review of Particle Physics // Europ. Phys. Journ. 2000. V. C15. No. 1-4. P. 1-878.
- [119] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.
- [120] Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица М. и Стиган И. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [121] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика, ч.1. М.: Наука, 1976. 584 с.
- [122] Имшенник В.С., Надежин Д.К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // УФН. 1988. Т. 156. № 4. С. 561-651.
- [123] Nadyozhin D.K. Five year anniversary of Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud // In: Particles and Cosmology, Proc. Baksan Int. School, ed. by V.A. Matveev et al. Singapore: World Sci., 1992. P. 153-190.
- [124] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino - electron processes in a strong magnetic field and plasma // Mod. Phys. Lett. 1999. V. A14. No. 36. P. 2531-2536.

- [125] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Влияние плазмы на процессы $\nu \rightarrow \nu e^+ e^-$, ... в магнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 12. С. 2272-2275.
- [126] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон - позитронной плазмой // ЖЭТФ. 2000. Т. 118. № 4. С. 863-876.
- [127] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Plasma influence on the neutrino-electron processes in a strong magnetic field // Nuclear Physics B (Proceedings Supplement). 2000. V. 81. P. 302-308.
- [128] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino-electron processes in a strong magnetic field and plasma // In: Proceedings of the X International Baksan School "Particles and Cosmology", Baksan Valley, Kabardino Balkaria, Russia, 1999. Edited by E.N. Alexeev et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 2000. P.44-52.
- [129] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Variation of the energy and momentum of a neutrino propagating in a strongly magnetized $e^- e^+$ plasma // In: Proceedings of the International Workshop "Strong Magnetic Fields in Neutrino Astrophysics", Yaroslavl, Russia, 1999. Edited by A.V. Kuznetsov, N.V. Mikheev, A. Ya. Parkhomenko. Yaroslavl St. Univ., Yaroslavl, 2000. P. 79-86.
- [130] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтрино-электронные процессы в сильно замагниченной плазме // В сб.: Физика элементарных частиц и атомного ядра / Материалы XXXIV зимней школы ПИЯФ, Репино, 2000. Ред. В.А. Гордеев и др. ПИЯФ, С.-Петербург, 2000. С.201-222.

- [131] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino - electron processes in the presence of a strong magnetic field and hot dense plasma // In: Proceedings of the 11th International Seminar "Quarks'2000", Pushkin, Russia, 2000. Edited by G.B. Pivovarov et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 2002. P. 116-125.
- [132] Yamada S., Janka H.-T., Suzuki H. Neutrino transport in type II supernovae: Boltzmann solver vs. Monte Carlo method // Astronomy and Astrophysics. 1999. V. 344. P. 533-550.
- [133] Arras P., Lai D. Neutrino-nucleon interactions in magnetized neutron-star matter: the effects of parity violation // Phys. Rev. 1999. V. D60. No. 4. P. 043001 (1-28).
- [134] Гвоздев А.А., Огнев И.С. О возможном усилении магнитного поля процессами переизлучения нейтрино в оболочке сверхновой // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 69. № 5. С. 337-342.
- [135] Бисноватый-Коган Г.С., Моисеенко С.Г. Нарушение зеркальной симметрии магнитного поля во вращающейся звезде и возможные астрофизические проявления // Астрон. журн. 1992. Т. 69. С. 563-571.
- [136] Bisnovatyi-Kogan G.S. Asymmetric neutrino emission and formation of rapidly moving pulsars // Astron. Astrophys. Trans. 1993. V. 3. No. 4. P. 287-294.
- [137] Mikheev N.V., Narynskaya E.N. Neutrino-electron scattering in dense magnetized plasma // In: Proceedings of the International Workshop "Strong Magnetic Fields in Neutrino Astrophysics", Yaroslavl, Russia,

1999. Edited by A.V. Kuznetsov, N.V. Mikheev, A.Ya. Parkhomenko. Yaroslavl St. Univ., Yaroslavl, 2000. P. 87-93.
- [138] Mikheev N.V., Narynskaya E.N. Neutrino-electron processes in a dense magnetized plasma // *Mod. Phys. Lett.* 2000. V. A15. No. 25. P. 1551-1556.
- [139] Понтекорво Б.М. Универсальное взаимодействие Ферми и астрофизика // *ЖЭТФ.* 1959. Т. 36. № 5. С. 1615-1616.
- [140] Ландау Л.Д. О моменте системы из двух фотонов // *ДАН СССР.* 1948. Т. 60. С. 207.
- [141] Yang C.N. Selection rules for the dematerialization of a particle into two photons // *Phys. Rev.* 1950. V. 77. No. 2. P. 242-245.
- [142] Bég M.A.B., Budny R.V., Mohapatra R.N., Sirlin A. Manifest left-right symmetry and its experimental consequences // *Phys. Rev. Lett.* 1977. V. 38. No. 22. P. 1252-1255.
- [143] Barbieri R., Mohapatra R.N. Limits on right-handed interactions from SN 1987A observations // *Phys. Rev.* 1989. V. D39. No. 4. P. 1229-1232.
- [144] Cabibbo N. Unitary symmetry and leptonic decays // *Phys. Rev Lett.* 1963. V. 10. No. 12. P. 531-533.
- [145] Kobayashi M., Maskawa T. *CP*-violation in the renormalizable theory of weak interaction // *Prog. Theor. Phys.* 1973. V. 49. No. 2. P. 652-657.

- [146] Rein D., Sehgal L.M. Coherent production of photons by neutrinos // Phys. Lett. 1981. V. B104. No. 5. P. 394-398.
- [147] Rein D., Sehgal L.M. Coherent production of photons by neutrinos. Erratum // Phys. Lett. 1981. V. B106. P. 513.
- [148] Герштейн С.С., Комаченко Ю.А., Хлопов М.Ю. Образование одиночных фотонов в эксклюзивном нейтринном процессе $\nu N \rightarrow \nu\gamma N$ // ЯФ. 1981. Т. 33. № 6. С. 1597-1604.
- [149] Боровков М.Ю., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Однопетлевая амплитуда перехода $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow j'$ во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1714-1722.
- [150] Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1971. V. 67. No. 2. P. 599-647.
- [151] Клепиков Н.П. Излучение фотонов и электрон-позитронных пар в магнитном поле // ЖЭТФ. 1954. Т. 26. № 1. С. 19-34.
- [152] Скобелев В.В. Массивный фотон в сильном магнитном поле: каналы генерации и распада // Изв. вузов. Физика. 1997. № 2. С. 35-39.
- [153] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon-pair conversion into neutrinos in a strong magnetic field // Mod. Phys. Lett. 2001. V. A16. No. 25. P. 1659-1665.
- [154] Friman B.L., Maxwell O.V. Neutrino emissivities of neutron stars // Astrophys. J. 1979. V. 232. No. 9. P. 541-559.
- [155] Yakovlev D.G., Levenfish K.P. Modified URCA process in neutron star cores // Astron. Astrophys. 1995. V. 297. No. 5. P. 717-726.

- [156] Adler S.L., Bahcall J.N., Callan C.G., Rosenbluth M.N. Photon splitting in a strong magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* 1970. V. 25. No. 15. P. 1061-1065.
- [157] Bialynicka-Birula Z., Bialynicki-Birula I. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. Photon propagation and photon splitting in an external field // *Phys. Rev.* 1970. V. D2. No. 10. P. 2341-2345.
- [158] Папанян В.О., Ритус В.И. Поляризация вакуума и расщепление фотонов в интенсивном поле // *ЖЭТФ.* 1971. Т. 61. № 6. С. 2231-2241.
- [159] Папанян В.О., Ритус В.И. Трехфотонное взаимодействие в интенсивном поле и масштабная инвариантность // *ЖЭТФ.* 1973. Т. 65. № 5. С. 1756-1771.
- [160] Stoneham R.J. Photon splitting in the magnetized vacuum // *J. Phys.* 1979. V. A12. No. 11. P. 2187-2203.
- [161] Байер В.Н., Мильштейн А.И., Шайсултанов Р.Ж. Расщепление фотона в сильном электромагнитном поле // *ЖЭТФ.* 1986. Т. 90. № 4. С. 1141-1153.
- [162] Baring M.G. Photon-splitting limit to the hardness of emission in strongly magnetized soft gamma repeaters // *Astrophys. J.* 1995. V. 440. No. 2. P. L69-L72.
- [163] Постнов К.А. Космические гамма-всплески // *УФН.* 1999. Т. 169. № 5. С. 545-558.

- [164] Лоскутов Ю.М., Лысов Б.А., Скобелев В.В. О полевой асимптотике поляризационного оператора // ТМФ. 1982. Т. 53. № 3. С. 469-473.
- [165] Harding A.C., Baring M.G., Gonthier P.L. Photon-splitting cascades in gamma-ray pulsars and the spectrum of PSR 1509-58 // *Astrophys. J.* 1997. V. 476. No. 1. P. 246-260.
- [166] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Osipov M.V. Electron mass operator in a strong magnetic field // *Mod. Phys. Lett.* 2002. V. A17. No. 4. P. 231-235.
- [167] Ландау Л.Д., Абрикосов А.А., Халатников И.М. Асимптотическое выражение для гриновской функции фотона в квантовой электродинамике // *ДАН СССР.* 1954. Т. 95. С. 1177.
- [168] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Electron mass operator in a strong magnetic field and dynamical chiral symmetry breaking // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. No. 1. P. 011601 (1-4).
- [169] Frishman Y. Quark trapping in a model field theory // In: *Particles, Quantum Fields and Statistical Mechanics, Lecture Notes in Physics, Vol. 32.* Edited by M. Alexanian and A. Zepeda. Berlin: Springer-Verlag, 1975. P. 118-132.
- [170] Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Аномальный магнитный момент электрона в магнитном поле // *ЯФ.* 1976. Т. 24. № 2. С. 379-382.
- [171] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. О полевой асимптотике вершинной функции // *Вестн. МГУ: физ., астроном.* 1984. Т. 25. № 1. С. 70-73.

- [172] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Vector leptoquarks could be rather light? // *Phys. Lett.* 1994. V. B329. No. 1,2. P. 295-299.
- [173] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Новый тип смешивания в рамках минимальной кварк-лептонной симметрии и нижний предел на массу векторного лептокварка // *ЯФ.* 1995. Т. 58. № 12. С. 2228-2234.
- [174] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Could vector leptoquarks be rather light? // In: *Proceedings of the 8th International Seminar "Quarks '94"*, Vladimir, Russia, 1994. Edited by D.Yu. Grigoriev et al. World Scientific Publishing Co., 1995. P.357-362.
- [175] Gvozdev A.A., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Muon decays with lepton-number violation via vector leptoquark // *Phys. Lett.* 1995. V. B345. No. 4. P. 490-494.
- [176] Василевская Л.А., Гвоздев А.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Распады мюона с несохранением лептонного числа в модели с минимальной кварк-лептонной симметрией $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$ // *ЯФ.* 1995. Т. 58. № 9. С. 1667-1671.
- [177] Gvozdev A.A., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Three types of fermion mixing and possible manifestations of a Pati-Salam leptoquark in the low-energy processes // In: *Proceedings of XXXth Rencontres de Moriond: '95 Electroweak Interactions and Unified Theories*, (Les Arcs, France, 1995), edited by J. Trân Thanh Vân. France: Editions Frontieres, 1995. P. 321-326.
- [178] Smirnov A.D. Minimal quark-lepton symmetry model and the limit on Z' -mass. // *Phys. Lett.* 1995. V. B346. No. 3-4. P. 297-302.

- [179] Смирнов А.Д. Минимальная четырехцветовая кварк-лептон-симметричная модель и ее ограничения на массу Z' -бозона. // ЯФ. 1995. Т. 58. № 12. С. 2252-2259.
- [180] Shanker O. $\pi l2$, $Kl3$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ constraints on leptoquarks and supersymmetric particles // Nucl. Phys. 1982. V. B204. No. 3. P. 375-386.
- [181] Deshpande N.G, Johnson R.J. Experimental limit on $SU(4)_{\text{color}}$ gauge-boson mass // Phys. Rev. 1983. V. D27. No. 5. P. 1193-1195.
- [182] Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. Нелептонные распады K -мезонов и гиперонов // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. № 4. С. 1275-1297.
- [183] Высоцкий М.И. Переход $K^0 \rightarrow \bar{K}^0$ в стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ схеме // ЯФ. 1980. Т. 31. № 6. С. 1535-1550.
- [184] Britton D.I., Ahmad S., Bryman D.A. et al. Measurement of the $\pi \rightarrow e^+\nu$ branching ratio // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. No. 20. P. 3000-3003.
- [185] Czappek G., Federspiel A., Flukiger A. et al. Branching ratio for the rare pion decay into positron and neutrino // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. No. 1. P. 17-20.
- [186] Diamant-Berger A.M., Bloch P., Devaux B. et al. Study of some rare decays of the K^+ meson // Phys. Lett. 1976. V. B62. P. 485-490.
- [187] Lee A.M., Alliegro C., Campagnari C. et al. (BNL-E777 Collaboration). Improved limit on the branching ratio of $K^+ \rightarrow \pi^+\mu^+e^-$ // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. No. 2. P. 165-168.

- [188] Ambrose D., Arroyo C., Bachman M. et al. (*BNL-E871 Collaboration*). Improved branching ratio measurement for the decay $K_L^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. No. 7. P. 1389-1392.
- [189] Ambrose D., Arroyo C., Bachman M. et al. (*BNL-E871 Collaboration*). New limit on muon and electron lepton number violation from $K_L^0 \rightarrow \mu^\pm e^\mp$ decay // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. No. 26. P. 5734-5737.
- [190] Ambrose D., Arroyo C., Bachman M. et al. (*BNL-E871 Collaboration*). First observation of the rare decay mode $K_L^0 \rightarrow e^+ e^-$ // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. No. 20. P. 4309-4312.
- [191] Dohmen C., Groth K.D., Heer B. et al. (*SINDRUM - II Collaboration*). Test of lepton flavor conservation in $\mu \rightarrow e$ conversion on Titanium // Phys. Lett. 1993. V. B317. No. 3. P. 631-636.
- [192] Leurer M. Bounds on vector leptoquarks // Phys. Rev. 1994. V. D50. No. 1. P. 536-541.
- [193] Davidson S., Bailey D., Campbell B. Model independent constraints on leptoquarks from rare processes // Z. Phys. 1994. V. C61. No. 4. P. 613-643.
- [194] Valencia G., Willenbrock S. Quark-lepton unification and rare meson decays // Phys. Rev. 1994. V. D50. No. 11. P. 6843-6848.
- [195] Gasser J., Leutwyler H. Implications of scaling for the proton - neutron mass difference // Nucl. Phys. 1975. V. B94. No. 2. P. 269-310.
- [196] Weinberg S. The problem of mass // Trans. N.Y. Acad. Sci. 1977. V. 38. P. 185-201.

- [197] Marciano W.J., Sirlin A. Radiative corrections to π_{l2} decays // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. No. 22. P. 3629-3632.
- [198] Shanker O. Z dependence of coherent μe conversion rate in anomalous neutrinoless muon capture // Phys. Rev. 1979. V. D20. No. 7. P. 1608-1615.
- [199] Hayes K.G., Perl M.L., Alam M.S. et al. Experimental upper limits on branching fractions for unexpected decay modes of the τ lepton // Phys. Rev. 1982. V. D25. No. 11. P. 2869-2886.
- [200] Weir A.J., Klein S.R., Abrams G. et al. Upper limits on D^\pm and B^\pm decays to two leptons plus π^\pm or K^\pm // Phys. Rev. 1990. V. D41. No. 5. P. 1384-1388.
- [201] Abe F., Akimoto H., Akopian A. et al. (*CDF Collaboration*). Search for the decays $B_s^0, B_d^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ and Pati - Salam leptoquarks // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. No. 26. P. 5742-5747.
- [202] Bergfeld T., Eisenstein B.I., Ernst J. et al. (*CLEO Collaboration*). Search for decays of B^0 mesons into pairs of leptons: $B^0 \rightarrow e^+e^-$, $B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$, and $B^0 \rightarrow e^\pm \mu^\mp$ // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 7. P. 091102 (1-5).
- [203] Natale A.A. Limit on $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu})$ from SN1987A // Phys. Lett. 1991. V. B258. No. 1,2. P. 227-230.
- [204] Lam W.P., Ng K.-W. Cosmological bound on Dirac neutrino mass via $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu\bar{\nu}$ // Phys. Rev. 1991. V. D44. No. 10. P. 3345-3347.

- [205] Raffelt G., Seckel D. Multiple-scattering suppression of the bremsstrahlung emission of neutrinos and axions in supernovae // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 67. No. 19. P. 2605-2608.
- [206] Gregores E.M., Mori F., Natale A.A. et al. Remarks on the process $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ in astrophysics // *Phys. Rev.* 1995. V. D51. No. 8. P. 4587-4590.
- [207] Kuno Y., Okada Y. Muon decay and physics beyond the standard model // *Rev. Mod. Phys.* 2001. V. 73. No. 1. P. 151-202.
- [208] Bilenky S.M., Petcov S.T., Pontecorvo B. Lepton mixing, $\mu \rightarrow e\gamma$ decay and neutrino oscillations // *Phys. Lett.* 1977. V. B67. No. 3. P. 309-312.
- [209] Vassilevskaya L.A., Gvozdev A.A., Mikheev N.V. $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ type processes with lepton number violation in the standard model with lepton mixing // *Phys. Lett.* 1991. V. B267. No. 1. P. 121-122.
- [210] Липманов Э.М., Михеев Н.В. Об универсальном смешивании лептонов в калибровочной теории слабых взаимодействий // *ЯФ.* 1979. Т. 29. № 4. С. 1091-1096.
- [211] Липманов Э.М. О поисках эффекта неортогональности безмассовых феноменологических нейтрино // *ЯФ.* 1982. Т. 36. № 6. С. 1474-1478.
- [212] Brooks M.L., Chen Y.K., Cooper M.D. et al. (*MEGA Collaboration*). New limit for the lepton-family-number nonconserving decay $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$ // *Phys. Rev. Lett.* 1999. V. 83. No. 8. P. 1521-1524.

- [213] Bolton R.D., Cooper M.D., Frank J.S. et al. Search for the rare muon decays with the Crystal Box detector // Phys. Rev. 1988. V. D38. No. 7. P. 2077-2101.
- [214] Bellgardt U., Bertl W., Egli S. et al. (*SINDRUM-I Collaboration*). Search for the decay $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ // Nucl. Phys. 1988. V. B299. No. 1. P. 1-6.
- [215] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. V. 82. No. 5. P. 664-679.