На правах рукописи

Клапоущак Сергей Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СЕТЕЙ СОТОВОЙ СВЯЗИ С ЭЛАСТИЧНЫМ ТРАФИКОМ

05.13.17 – теоретические основы информатики

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2010

Работа выполнена на кафедре «Системы телекоммуникаций» Российского университета дружбы народов

Научный руководитель:
доктор технических наук
профессор Башарин Гелий Павлович

Официальные оппоненты:
доктор технических наук
профессор Степанов Сергей Николаевич

кандидат физико-математических наук
доцент Ефимушкин Владимир Александрович

Ведущая организация:
Институт проблем информатики Российской академии наук

Защита диссертации состоится «19» февраля 2010 г. в 16 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.203.28 при Российском университете дружбы народов по адресу:
г. Москва, ул. Орджоникидзе, дом 3

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Российского университета дружбы народов по адресу:
117198, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, дом 6

Автореферат разослан «___» января 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Фомин М.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы

Современные сети сотовой подвижной связи (ССПС) предлагают пользователям широкий спектр разнообразных услуг. Всё чаще эти услуги предполагают передачу пакетных данных как между пользователями сети, так и доступ во всемирную сеть Интернет. В настоящее время перед операторами ССПС встают новые задачи оценки и повышения производительности сети как на этапе проектирования, так и в процессе эксплуатации активно развивающихся сетей 3G.

Предоставление новых услуг с надлежащим качеством может обеспечить приток абонентов более успешному оператору. Невозможность обслужить запрос абонента связана для оператора с потерей потенциального дохода и даже оттоком абонентов к конкурентам. В подобных условиях удовлетворение ожиданий пользователя становится приоритетным. Основной исследуемой характеристикой качества обслуживания является вероятность блокировки запроса абонента на установление соединения в результате нехватки свободных ресурсов сети. Для разработки эффективных алгоритмов расчёта и последующей оценки этого показателя используются методы теории вероятностей и случайных процессов, теории массового обслуживания и теории телетрафика, а также методы имитационного и статистического моделирования. Основной теоретический вклад в развитие этих областей принадлежит российским учёным А.Н. Колмогорову, А.Я. Хинчину, Б.В. Гнеденко, А.А. Боровкову, Г.П. Башарину, П.П. Бочарову, В.М. Вишневскому, И.Н. Коваленко, В.А. Наумову, А.В. Печинкину, А.П. Пшеничникову, К.Е. Самуйлову, Б.А. Севастьянову, С.Н. Степанову, А.Д. Харкевичу, М.А. Шнепс-Шнеппе и другим. Среди зарубежных исследователей следует выделить W. Feller, V.E. Beneš, R.B. Cooper, V.B. Iversen, F.P. Kelly, L. Kleinrock, M.F. Neuts, S. Rappaport, J. Riordan, J.W. Roberts, K.W. Ross и др.

Развитие техники телефонной и телеграфной связи привело в первой четверти 20 в. к созданию теории телетрафика и появлению основополагающих моделей Эрланга и Энгсета — полнодоступной однопотоковой моносервисной системы массового обслуживания (СМО) $\frac{M}{\lambda}\left|\frac{M}{\mu}\right|C\,|\,r$ с пуассоновской нагрузкой и различными ее обобщениями. Цифровизация сетей связи и быстрый прогресс высоких технологий потребовали во второй половине 20 в. изучения многопотоковых моносервисных и мультисервисных СМО. При этом на втором этапе (3-ья четверть 20 в.) доминировало изучение одноадресных соединений. Появление в конце 20 в. в реальных сетях как одноадресных, так и многоадресных соединений стимулировало развитие соответствующей теории.

Одновременно с этим в конце 20 в. конвергенция сетей различных типов породила множество классов сетевого трафика. Эти классы различаются своими характеристиками, объемом необходимых сетевых ресурсов, а также требованиями к качеству обслуживания. Среди них можно выделить две крупные категории — потоковый (streaming traffic, real-time traffic) и эластичный (elastic traffic, data traffic). При этом на первом и втором этапах доминировало изучение потокового трафика, порождаемого в основном передачей речи и данных в сетях с коммутацией каналов. На третьем (последняя четверть 20 в.) и особенно на современном этапе (начало 21 в.) большую роль стал играть эластичный трафик, порожденный интерактивными приложениями, электронной почтой, передачей файлов и др., где требования к задержкам значительно ниже, чем в случае потокового трафика.

На рубеже 20 и 21 вв. технический прогресс привел к появлению многоскоростных систем передачи, позволяющих обслуживать эластичные потоки сообщений с переменной скоростью, зависящей от того, сколько на данном отрезке времени одновременно обслуживается приоритетных потоковых заявок. Естественно, что в последние годы появилось немало теоретических работ, посвященных этой проблеме. В первую очередь стоит отметить работы следующих авторов: А.З. Меликов, T. Bonald, M. Glabowski, G.K. Kokkinakis, M.D. Logothetis, M. Stasiak, J. Virtamo и др.

Таким образом, построение адекватных моделей ССПС с учётом всё возрастающих объёмов передачи пакетных данных является весьма актуальной задачей при оценке эффективности телекоммуникационных систем данного типа и требует разработки новых высокопроизводительных методов расчёта их вероятностно-временных характеристик (ВВХ).

Цель диссертационной работы состоит в разработке и исследовании моделей, адекватно отражающих особенности современных мультисервисных ССПС с эластичным трафиком, методов расчёта их производительности и анализа эффективности, а также в построении вычислительных алгоритмов для основных вероятностно-временных характеристик.

Методы исследования. В работе использовались методы теории вероятностей, теории случайных процессов, теории массового обслуживания, математической теории телетрафика и численные методы.

Научная новизна и результаты, выносимые на защиту состоят в следующем:

1) Разработана математическая модель функционирования адаптивной многоскоростной системы (АМС, AMR-системы) с эластичным трафиком, которая, в частности, может служить моделью подсистемы передачи пакетных данных в ССПС 3G. Предложен новый метод задания порогов сжатия, обобщающий несколько предыдущих схем, исследованных другими авторами. Проведён сравнительный анализ полученной модели с классической мультисервисной моделью Эрланга при различных значениях структурных параметров.
2) Разработана математическая модель системы передачи данных в сотовых сетях 3G со сложным пороговым контролем доступа заявок к свободным ресурсам. Соответствующая СМО, в отличие от исследований других авторов[1], задаётся набором матриц. В работе впервые представлено описание функционирования соты с пороговым методом управления доступом с помощью случайного процесса в матричной форме. Получены аналитические выражения для таких ВВХ модели, как вероятности потерь по типам заявок и средняя доля ширины полосы пропускания (ШПП), занятая на обслуживание

[1] *Vasilakis V. G., Moscholios I. D., Logothetis M. D.* Call-level Performance Modelling of Elastic and Adaptive Service-Classes. – Proc. IEEE International Conference on Communications. – Glasgow: 2007. – Pp. 183-189.

заявок любого типа. Проведён оригинальный численный анализ влияния матрицы порогов на основные параметры производительности полученной модели.

3) Для предложенных моделей разработаны эффективные рекуррентные алгоритмы расчёта стационарного распределения числа занятых каналов и модифицированы соответствующим образом выражения для численного расчёта их вероятностно-временных характеристик.

Практическая ценность работы. Аналитические методы и алгоритмы, полученные в диссертации, предназначены для анализа характеристик качества обслуживания в современных мультисервисных сетях ССПС. Результаты могут быть использованы при проектировании подсистем мобильных и стационарных сетей связи следующего поколения для оценки влияния эластичного трафика на показатели их производительности. Результаты исследований используются в учебном процессе на кафедре систем телекоммуникаций РУДН для студентов, обучающихся по направлениям «Прикладная математика и информатика» и «Математика. Компьютерные науки».

Апробация работы. Результаты, полученные в ходе выполнения работы были представлены на

- XLII-XLV научных конференциях факультета физико-математических наук РУДН (Москва, 2006-2009)
- LXII и LXIV научных сессиях РНТОРЭС им. А. С. Попова (Москва, 2007, 2009)
- международной конференции ICUMT'2009 (Санкт-Петербург, 2009)
- научных семинарах кафедры систем телекоммуникаций РУДН (Москва, 2006-2009).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 работ, из которых 3 – в ведущих рецензируемых научных журналах и изданиях, определённых Высшей аттестационной комиссией.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы из 82 наименований. Диссертация содержит 85 страниц текста и 27 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение посвящено обоснованию актуальности работы, приведён краткий обзор существующих научных работ по теме диссертации, сформулирована цель исследований и основные задачи, кратко охарактеризованы результаты, полученные в каждой из глав диссертации.

Глава 1 содержит изложение основных принципов передачи пакетных данных в сетях сотовой связи в объёме, достаточном для постановки задач и физического обоснования моделей, предложенных в следующих главах диссертации.

В разделе 1.1 кратко описывается архитектура одной из самых распространённых в сотовых сетях систем пакетной радиопередачи данных GPRS (General Packet Radio Service). Указываются основные структурные компоненты, а также используемые для их связи интерфейсы и протоколы. Описывается процесс установления соединения между базовой станцией и мобильным терминалом.

В разделе 1.2 вводятся важные для дальнейшего изложения понятия частотного, физического и логического каналов. В математических и функциональных моделях ёмкость систем, как правило, измеряется числом доступных логических каналов. Показанное соответствие между различными типами каналов даёт возможность легко интерпретировать результаты расчётов в терминах необходимой ёмкости частотного ресурса и физических каналов.

В разделе 1.3 приводятся основные параметры производительности системы передач данных определяемые стандартом GPRS и предполагающие строгие ограничения, которые должны выполняться операторами сети сотовой связи при обслуживании заявок на передачу данных. Разработанные в диссертации модели могут послужить основой для оптимизации данных параметров, что позволит операторам повысить эффективность использования ограниченных радиоресурсов и качество обслуживания пользователей.

В разделе 1.4 представлена одна из возможных классификаций видов трафика, которые встречаются в современных ССПС. Разные виды отличаются своими статистическими характеристиками, объёмом необходимых сетевых ресурсов, а также требованиями к качеству обслуживания. В разделе приведены примеры услуг с указаниями категории порождаемого ими трафика и характера требований к QoS.

Глава 2 посвящена построению математической модели подсистемы передачи пакетных данных в ССПС 3G. Пакетный трафик (далее мы будем называть его эластичным) характеризуется высокой чувствительностью к потерям при относительно низкой – к задержкам в передаче. Данная характеристика позволяет адаптировать доступную ШПП системы к количеству поступающих эластичных заявок за счёт увеличения времени их передачи. Математическая модель должна учитывать этот факт.

Для построения модели адаптивной многоскоростной системы (АМС) выделим некоторую соту (сота 1) ССПС и будем рассматривать её как K-сервисную СМО, $k=\overline{1,K}$. Вся ШПП системы, измеряемая, например, в Кбит/с, может динамически разбиваться на различное число единиц канального ресурса (ЕКР^l [Кбит/с], $l=\overline{1,L}$) $C^l \in N$, $l=\overline{1,L}$, $0<C^1<C^2<\ldots<C^L$, за счет изменения скорости передачи одной ЕКР^l. Учитывая процесс изменения скорости передачи ЕКР, определим C^1 и C^L как нижнюю и верхнюю границы емкости системы, для задания которых рассмотрим цифровую линию со скоростью V Кбит/с. Пусть линия поддерживает L возможных скоростей обслуживания заявок v^l, $l=\overline{1,L}$, причём $\text{v}^1>\text{v}^2>\ldots>\text{v}^L$. Тогда $C^l := \frac{V}{\text{v}^l}$ – число ЕКР^l со скорость передачи данных v^l, $l=\overline{1,L}$, на которые может быть разбита ШПП. ЕКР^1 будет служить в качестве базового цифрового канала (БЦК) для измерения требований к ёмкости ШПП любой k-заявки, $k=\overline{1,K}$.

Пусть при поступлении k-заявка требует для своего обслуживания b_k БЦК, $b_k \in \{1,2,\ldots,C^1\}$, $k=\overline{1,K}$, причём $1 \le b_1 \le b_2 \le \ldots \le b_K$. Потоки поступления k-заявок пуассоновские с постоянными интенсивностями λ_k, $k=\overline{1,K}$, и независимы в совокупности.

В АМС с эластичным трафиком ширина полосы (число БЦК), фактически используемой заявкой, может изменяться и принимать нецелые значения как при поступлении, так и во время обслуживания заявки в зависимости от загрузки СМО. При этом на протяжении всего времени пребывания k-заявки в СМО, должно выполняться условие

$$b_k \mu_k^{-1} = const_k, k = \overline{1,K}. \tag{1}$$

Для удобства анализа данной системы мы будем рассматривать изменение ЕКР, а не b_k, $k = \overline{1,K}$. Из условия (1) следует, что сжатие полосы передачи, выделенной заявке, приводит не к ухудшению качества обслуживания, а лишь увеличивает его длительность, что, в свою очередь, требует пропорционального изменения параметра μ_k^{-1}, $k = \overline{1,K}$. Таким образом мы получаем набор возможных значений ЕКР^l, $l = \overline{1,L}$.

Введем γ^l — коэффициент сжатия ЕКР^1, который зависит от состояния системы. Он определяет возможное увеличение ёмкости системы по числу ЕКР^l, $l = \overline{1,L}$, и пропорциональное уменьшение интенсивности обслуживания вновь пришедшей и всех остальных заявок, находившихся на обслуживании к моменту её прихода:

$$\gamma^l := \frac{C^1}{C^l},\ \gamma^l \le 1,\ l = \overline{1,L},\ 1 = \gamma^1 > \gamma^2 > \ldots > \gamma^L. \tag{2}$$

Определим вектор $\vec{n}^T = (n_1,\ldots,n_K)$, где $n_k = 0,1,\ldots,\left\lfloor \frac{C^L}{b_k} \right\rfloor$ — число k-заявок на обслуживании, описывающий состояние АМС, $k = \overline{1,K}$.

Пространство Ω всех возможных состояний АМС имеет вид

$$\Omega := \left\{ \vec{n} : n_k = 0,1,\ldots,\left\lfloor \frac{C^L}{b_k} \right\rfloor,\ k = \overline{1,K},\ 0 \le \vec{b}^T\vec{n} \le C^L \right\} = \coprod_{l=1}^{L} \Omega^l,$$

где $\Omega^l := \left\{ \vec{n} \in \Omega : C^{l-1} < \vec{b}^T\vec{n} \le C^l \right\}, l = \overline{1,L}$ – непересекающиеся подпространства, в которых адаптивная многоскоростная система разбита на C^l ЕКР^l, $l = \overline{1,L}$, причем для единообразия обозначений целесообразно принять $C^0 \equiv -1$. Обозначим общее число занятых каналов в состоянии $\vec{n}, \vec{n} \in \Omega$ как $U(\vec{n}) := \vec{b}^T \vec{n}$.

Если в момент t поступления k-заявки АМС находится в некотором состоянии $\vec{n} \in \Omega^l$, в котором она разбита на C^l ЕКР^l, и занято более $C^l - b_k$ ЕКР^l, то AMR-система разбивает имеющуюся ШПП на менее скоростные ЕКР$^{l+i}$, $l = \overline{1, L-1}$, $i = \overline{1, L-l}$, так, чтобы все заявки, включая вновь прибывшую, в момент $t+0$ получили требуемое число b_k ЕКР$^{l+i}$, $k = \overline{1, K}$, $l = \overline{1, L-l}$, при этом $C^l < U(\vec{n} + \vec{e}_k) \le \min\limits_{i=\overline{1,L-1}} \left(C^{l+i}\right)$.

Будем считать, что время занятия k-заявкой ШПП, соответствующей b_k БЦК (ЕКР^1), распределено по экспоненциальному закону с параметром μ_k, $k = \overline{1, K}$ в случае $U(\vec{n}) \le C^1$. Используя определение коэффициента сжатия (2), можно получить интенсивность обслуживания k-заявок в произвольном состоянии $\vec{n} \in \Omega$: $\mu_k(\vec{n}) = n_k \left\{ \sum\limits_{l=1}^{L} \gamma^l I\left(\vec{n} \in \Omega^l\right) \right\} \mu_k$, $k = \overline{1, K}$.

По завершении обслуживания k-заявка одновременно освобождает все занятые ею b_k ЕКР^l, $l = \overline{1, L}$. При этом может произойти процесс, обратный сжатию. Если в момент t ухода k-заявки АМС находится в некотором состоянии $\vec{n} \in \Omega^l$, в котором она разбита на C^l ЕКР^l, то имеющаяся ШПП разбивается на более скоростные ЕКР$^{l-i}$, $l = \overline{2, L}$, $i = \overline{1, l-1}$, так, чтобы все заявки, находящиеся на обслуживании в момент t ухода k-заявки, получили в момент $t+0$ требуемое число b_k ЕКР$^{l-i}$, $k = \overline{1, K}$, при этом $\max\limits_{i=\overline{1,L-l}} \left(C^{l-i}\right) \le \vec{b}^T (\vec{n} - \vec{e}_k) < C^l$.

Модель функционирования описанной системы с эластичным трафиком, которую можно обозначить как $\left.\dfrac{\vec{M}}{\vec{\lambda}, \vec{b}} \right| \left.\dfrac{\vec{M}}{\vec{\mu}(\vec{n})} \right| \left. C^l, l = \overline{1, L} \right| 0$, схематично представлена на рисунке 1.

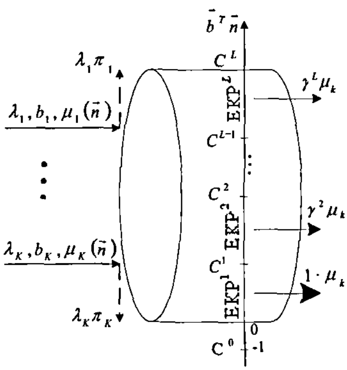

Рис. 1. Схема функционирования АМС с эластичным трафиком.

Поступающая в систему k-заявка получает отказ и теряется, если в момент ее поступления АМС находится в некотором состоянии $\vec{n}\in\Omega^l$, в котором она разбита на C^l ЕКР^l, и занято больше, чем C^L-b_k ЕКР^l, $l=\overline{1,L}$.

Функционирование данной системы можно описать K-мерным ступенчатым марковским процессом (СтМП) $\vec{X}(t)=(X_1(t),\dots,X_K(t))^T$, $t\geq 0$ с пространством состояний Ω, где $X_k(t)$ — число k-заявок на обслуживании в момент времени $t\geq 0$. Система уравнений глобального баланса (СУГБ) процесса $\vec{X}(t)$ имеет вид:

$$p(\vec{n})\left(\sum_{k=1}^{K}\lambda_k I(\vec{n}\in\Omega_k)+\sum_{k=1}^{K}n_k\left\{\sum_{l=1}^{L}\gamma^l I(\vec{n}\in\Omega^l)\right\}\mu_k\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{K}p(\vec{n}-\vec{e}_k)\lambda_k I(n_k>0)+\sum_{k=1}^{K}p(\vec{n}+\vec{e}_k)(n_k+1)\left\{\sum_{l=1}^{L}\gamma^l I((\vec{n}+\vec{e}_k)\in\Omega^l)\right\}\mu_k I(\vec{n}\in\Omega_k),\ \vec{n}\in\Omega. \quad (3)$$

В данной модели не выполняется свойство мультипликативности. Таким образом, для расчета равновесного распределения требуется решить СУГБ (3) одним из методов линейной алгебры. Это возможно только для небольших значений как числа входных потоков, так и максимальной ёмкости C^L системы. После нахождения равновесного распределения вероятности π_k блокировки k-заявки можно вычислить по формуле

$$\pi_k := \sum_{\vec{n}\in\overline{\Omega}_k}p(\vec{n}),\ k=\overline{1,K}. \quad (4)$$

где $\bar{\Omega}_k := \left\{\vec{n} \in \Omega : C^L - b_k < \vec{b}^T \vec{n} \le C^L\right\}$ – подпространство блокировок k-заявок.

В разделе 2.5 предлагается рекуррентный алгоритм вычисления блокировок k-заявок. Алгоритм основан на методе укрупнения состояний процесса $\vec{X}(t)$, который даёт возможность перейти к исследованию соответствующего одномерного МП вместо исходного K-мерного.

В численном примере проводится сравнительный анализ классической мультисервисной модели Эрланга и разработанной в данной главе АМС и демонстрируются преимущества сжатия эластичного трафика, позволяющие операторам более эффективно использовать доступную ШПП.

Глава 3 посвящена построению модели выделенной соты ССПС 3G с пороговой стратегией доступа. Несмотря на громоздкость описания, данная модель предоставляет оператору возможность очень гибко регулировать доступ различных классов вызовов к ресурсам сети. Предложенный рекуррентный алгоритм позволяет при этом проводить эффективный расчёт показателей качества обслуживания для любого класса вызовов.

Модель представляет собой K-сервисную СМО с V однотипными каналами. Потоки поступления k-заявок пуассоновские с интенсивностями λ_k, $k=\overline{1,K}$ и независимы в совокупности. Каждая k-заявка имеет L_k различных наборов требований к ШПП b_{kl}, $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L_k}$, удовлетворяющих условиям $b_{k1} > \ldots > b_{kl} > \ldots > b_{kL_k}$. Время занятия k-заявкой b_{kl} каналов распределено по экспоненциальному закону. Для каждого требования к ёмкости задаётся параметр экспоненциального распределения μ_{kl}, $k=\overline{1,K}, l=\overline{1,L_k}$, причём $\mu_{k1}^{-1} < \ldots < \mu_{kl}^{-1} < \ldots < \mu_{kL_k}^{-1}$, т.е. среднее время обслуживания заявки растёт с уменьшением количества выделяемых для неё каналов. В данной модели так же, как и в модели из главы 2, предполагается выполнение условия $b_{kl}\mu_{kl}^{-1} = const_k$; $l=\overline{1,L_k}$. Предложенная нагрузка, создаваемая k-заявками с l-ыми требованиями, обозначается как $\rho_{kl} := \dfrac{\lambda_{kl}}{\mu_{kl}}$.

Выбор конкретной пары $\left(b_{kl},\mu_{kl}^{-1}\right)$ для обслуживания k-заявки происходит с учётом заданных L_k-1 пороговых значений V_{kl} $k=\overline{1,K}$, $l=\overline{1,L_k}$, где $V_{kl}\in \mathbf{V}_k=\left(V_{k1},\ldots,V_{kL_k}\right)$. Верхний порог $V_{kL_k}:=V-b_{kL_k}$ для каждого класса вызовов при этом задаётся неявно и принимается равным максимальному значению числа занятых каналов,

Если в системе занято v каналов на момент поступления k-заявки, то пара $\left(b_{kl},\mu_{kl}^{-1}\right)$ будет использована при её обслуживании, когда выполняется условие $V_{k(l-1)}<\mathrm{v}\le V_{kl}, l=\overline{1,L_k}$, Для единообразия дальнейших обозначений целесообразно ввести фиктивный порог с нулевым индексом $V_{k0}\equiv -1$.

По завершении обслуживания k-заявка одновременно освобождает все занятые ею b_{kl} БЦК. Если в момент поступления новой k-заявки в системе оказались заняты больше, чем $V-b_{kL_k}$ БЦК, то поступающая k-заявка получает отказ и теряется, не оказывая влияния на дальнейшее функционирование модели.

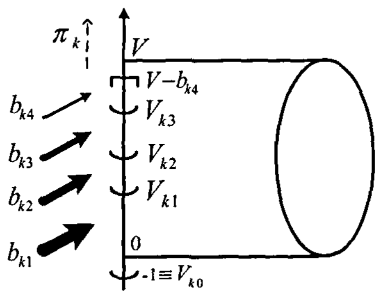

Рис. 2. Принцип функционирования модели $\underset{\lambda,\mathbf{B}}{\mathbf{M}}\,|\,\underset{\mathcal{M}}{\mathbf{M}}\,|\,V<\infty,\mathbf{V}\,|\,0$

На рисунке 2 показан принцип работы описываемой модели. В этом примере k-заявка имеет четыре возможных требования к ШП $(b_{k1}>b_{k2}>b_{k3}>b_{k4})$ и четыре пороговых значения $(V_{k1}>V_{k2}>V_{k3}>V_{k4}\equiv V-b_{kL_4})$.

Из всего вышесказанного следует, что для описания системы необходимо задать три матрицы: матрицу требований к ШПП $\mathbf{B} := (b_{kl})_{\substack{k=\overline{1,K} \\ l=\overline{1,L^*}}}$, матрицу интенсивностей обслуживания $\mathcal{M} := (\mu_{kl})_{\substack{k=\overline{1,K} \\ l=\overline{1,L^*}}}$ и матрицу пороговых значений $\mathbf{V} := (V_{kl})_{\substack{k=\overline{1,k} \\ l=\overline{1,L^*}}}$. Для всех трёх матриц $L^* = \max\limits_{k=\overline{1,K}}(L_k)$, а элементы $b_{kl} = \mu_{kl} = V_{kl} = 0$ при $l = \overline{L_k + 1, L^*}$. В разделе 3.2 диссертации приведён наглядный пример задания входных параметров в матричной форме для небольших значений структурных параметров. Полученную модель предлагается кодировать как $\underset{\lambda,\mathbf{B}}{\mathbf{M}} | \underset{\mathcal{M}}{\mathbf{M}} | V < \infty, \mathbf{V} | 0$.

Функционирование системы может быть описано $K \cdot L^*$ – мерным СтМП $\mathbf{X}(t)$ с пространством состояний Ω , $L^* = \max\limits_{k=\overline{1,K}}(L_k)$. Данный процесс имеет матричную форму

$$\mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} X_{11}(t) & X_{12}(t) & \cdots & X_{1L_1}(t) & (\mathbf{0})^{L^*-L_1} \\ X_{21}(t) & X_{22}(t) & \cdots & X_{2L_2}(t) & (\mathbf{0})^{L^*-L_2} \\ & & \vdots & & \\ X_{K1}(t) & X_{K2}(t) & \cdots & X_{KL_K}(t) & (\mathbf{0})^{L^*-L_K} \end{pmatrix} = (X_{kl}(t))_{\substack{k=\overline{1,K} \\ l=\overline{1,L_K}}},$$

где элемент матрицы $X_{kl}(t)$ – число заявок k – ого класса на обслуживании, каждая из которых занимает b_{kl} каналов, в момент времени t.

При больших значениях структурных параметров прямое решение СУГБ процесса $\mathbf{X}(t)$ не представляется возможным ввиду значительных вычислительных трудностей. В диссертации предлагается рекуррентный алгоритм вычисления основных параметров производительности системы. Для этого исходное пространство состояний процесса Ω разбивается на подпространства $\Omega(\mathrm{v}) := \{\mathbf{N} \in \Omega : U(\mathbf{N}) = \mathrm{v}\}$, $\mathrm{v} = \overline{0, V}$ и вводится понятие макровероятностей $q(\mathrm{v}) = \sum\limits_{\mathbf{N} \in \Omega(\mathrm{v})} p(\mathbf{N})$.

Рекуррентный алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Вводим параметры $V, L_k, V_{kl}; b_{kl}, \rho_{kl}, k=\overline{1,K}, l=\overline{1,S_k}$.
2. Задаём начальное значение $q'(0)=1$. При возникновении в промежуточных вычислениях отрицательных значений, будем считать $q'(\mathrm{v}) \equiv 0$, $\mathrm{v}<0$
3. Рекуррентно по $\mathrm{v}=\overline{1,V}$ вычисляем $q'(\mathrm{v}) = \frac{1}{\mathrm{v}} \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L_k} \rho_{kl} b_{kl} \delta_{kl}(\mathrm{v}) q'(\mathrm{v}-b_{kl})$
4. Вычисляем нормирующую константу $G = \sum_{\mathrm{v}=0}^{V} q'(\mathrm{v})$.
5. Переходим от ненормированного к нормированному распределению макровероятностей $q(\mathrm{v}) = \frac{q'(\mathrm{v})}{G}, \mathrm{v}=\overline{1,V}$.
6. Получаем вероятности блокировок $\pi_k = \sum_{\mathrm{v}=V-b_{1L_k}}^{V} q(\mathrm{v}), k=\overline{1,K}$ и среднее число занятых каналов $UTIL = \sum_{\mathrm{v}=1}^{V} \mathrm{v}q(\mathrm{v})$.

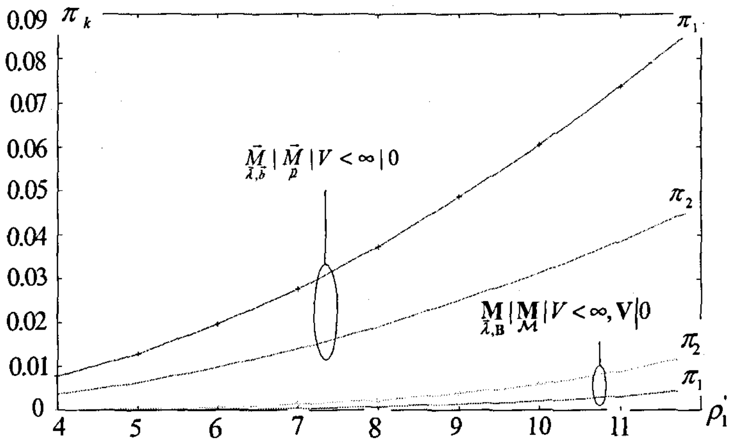

Рис. 3. Зависимость вероятностей блокировок $\pi_k, k=1,2$ от ρ_1'

На рисунке 3 представлен график зависимости вероятностей блокировок по каждому классу вызовов от нагрузки ρ_1', порождаемой первым классом вызовов, в 2-

хсервисной модели со следующими исходными параметрами:

$$V=32, K=2, L_1=3, L_2=2;\ \mathbf{B}=\begin{array}{c|ccc} k\backslash l & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 6 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \end{array},\ \mathbf{V}=\begin{array}{c|ccc} k\backslash l & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 16 & 24 & 31 \\ 2 & 16 & 30 & 0 \end{array}.$$

Для сравнения на рисунке приведены графики вероятностей блокировок в классической мультисервисной модели Эрланга. Как видно из графика, решающую роль на вероятности потерь в исследуемой модели оказывают минимальные значения b_{kL_k} требований к канальному ресурсу.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В заключение сформулируем основные результаты, полученные в диссертационной работе.

1) Разработана математическая модель выделенной соты в виде адаптивной многоскоростной системы (АМС) с эластичным трафиком. Ширина полосы пропускания системы может быть разбита на единицы канального ресурса (ЕКР) с различной пропускной способностью в моменты поступления вызовов. Переключение скоростей передачи ЕКР происходит согласно заданному набору коэффициентов сжатия. При достижении порога, поступающая заявка инициирует процесс сжатия, который осуществляется для всех находящихся в системе заявок, включая вновь прибывшую. Для разработанной модели построен приближенный рекуррентный алгоритм типа Кауфмана-Робертса, предназначенный для нахождения равновесного распределения числа каналов занятых на обслуживание.
2) Разработана математическая модель выделенной соты мультисервисной ССПС с эластичным трафиком и достаточно сложной пороговой стратегией доступа. В работе впервые применён метод исследования системы с порогами с помощью случайного процесса матричной формы. Разработанный алгоритм управления доступом заявок может использоваться в перспективных сетях для повышения их пропускной способности в интервалах перегрузки и для улучшения скорости или качества передачи в интервалах недогрузки. Для

оценки показателей производительности соты предложен рекуррентный алгоритм расчёта основных вероятностно-временных характеристик.

3) Проведён численный анализ предложенных моделей из глав 2 и 3 с использованием рекуррентных алгоритмов. В каждом случае вероятности блокировок представлены в сравнении с аналогичными показателями для классической мультисервисной модели Эрланга при соответствующих значениях входных параметров. Для модели из главы 3 исследовано влияние матрицы порогов на вероятности потерь.

Личный вклад соискателя. В работе [1] соискателю принадлежит алгоритм расчёта равновесного распределения и оценка его эффективности; в [2] – функциональная модель и метод упрощения вычислительного алгоритма; в [3] – аналитическая модель пороговой стратегии доступа; в [4] – модификация математической модели разноскоростных речевых кодеков; в [5] – приближённый алгоритм вычисления ВВХ; в [7] – метод модификации интенсивностей облуживания для перехода от трёх- к двухпотоковой модели.

Основные результаты, полученные при подготовке диссертационной работы, были изложены в следующих публикациях:

1. *Башарин Г.П., Клапоущак С.Н.* Управление ресурсами соты в обычных и чрезвычайных ситуациях // *Вестник РУДН, сер. «Математика, информатика, физика».* – 2007. – № 1-2. – С. 5-13.

2. *Башарин Г.П., Клапоущак С.Н., Митькина Н.В.* Математическая модель адаптивной многоскоростной системы с эластичным трафиком // *Вестник РУДН. «Математика. Информатика. Физика».* – 2008. – № 3. – С. 31-39.

3. *Башарин Г.П., Клапоущак С.Н., Санного И.* Анализ производительности сети 3G с эластичным трафиком и пороговой стратегией доступа // Тезисы докладов XLIV Всероссийской конференции по проблемам математики, информатики, физики и химии. – 2008. – С. 78-79.

4. *Башарин Г. П., Клапоущак С. Н., Митькина Н. В., Коннон М. А.* Математическая модель системы стандарта GSM с поддержкой полноскоростных и полускоростных речевых кодеков // *Вестник РУДН. Серия «Математика. Информатика. Физика».* – 2009. – №2. – С. 36-42

5. *Башарин Г. П., Клапоущак С. Н.* Анализ ВВХ адаптивной многоскоростной системы с эластичным трафиком // Тезисы докладов XLV Всероссийской конференции по проблемам математики, информатики, физики и химии. – 2009. – С. 155-157.

6. *Клапоущак С.Н.* Математическая модель соты ССПС 3G с эластичным трафиком и пороговой стратегией доступа // Труды LXIV конференции РНТОРЭС им. А.С. Попова. – 2009. – С. 356-358.

7. *Basharin G. P., Klapouschak S. N., Konnon M. A.* Analytical Model of Cell Supporting Dual Rate Speech Codec // ICUMT-09 Proceedings. – St.-Petersburg: 2009. – Pp. 1-6.

Клапоущак Сергей Николаевич (Россия)

Математические модели сетей сотовой связи с эластичным трафиком

В диссертационной работе разработаны и исследованы математические модели сетей сотовой связи, учитывающие влияние услуг передачи данных на параметры производительности. Эластичность трафика передачи данных предполагает наличие в сети достаточно сложного алгоритм доступа, что также учтено в исследуемых моделях. Для приближённого вычисления равновесного распределения и вероятностей блокировок заявок в разработанных моделях предложены эффективные алгоритмические и численные методы анализа.

Sergey Nikolaevich Klapouschak (Russia)

Mathematical models of cellular communication networks with elastic traffic

In this thesis we develop and analyze mathematical models of cellular communication networks which provide subscribers with a lot of different packet data services. Elasticity of packet data traffic significantly impacts performance of the network and requires sophisticated call admission control to be modeled. We propose effective analytical and algorithmic approaches for approximate calculation of equilibrium distribution and blocking probabilities.

20

Подписано в печать 13.01.2010
Исполнено 14.01.2010
Печать офсетная. Тираж 100 экз. Заказ № 4588
Типография ООО "РПЦ Офорт"
105037, г. Москва, гор. им. Баумана, д. 2, стр. 2.