

12

На правах рукописи



Майстренко Андрей Васильевич

**СИНТЕЗ, ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМОВ
ЦИФРОВОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ
АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ**

**Специальность: 05.13.06 – Автоматизация и управление
технологическими процессами и производствами (в промышленности)**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Томск 2007

Работа выполнена в федеральном государственном учреждении высшего профессионального образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники»

Научный руководитель.	доктор технических наук, профессор Светлаков Анатолий Антонович
Официальные оппоненты	доктор технических наук, профессор Мицель Артур Александрович кандидат технических наук, доцент Рудницкий Владислав Александрович
Ведущая организация -	ФГОУ ВПО «Сибирский федеральный университет»


Защита состоится « 29 » мая 2007 г в 10 30 часов на заседании диссертационного совета Д.21 268 02 Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники по адресу: 634034, г Томск, ул Белинского, 53

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники по адресу: г, Томск, ул Вершинина 74.

Автореферат разослан « » апреля 2007

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью организации, просим направлять по адресу 634034, г. Томск, ул Белинского, 53, диссертационный совет

Ученый секретарь
Диссертационного совета
Д 21.268.02 д т н

 Клименко А Я

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задача дифференцирования сигналов является одной из тех задач, с которыми приходится сталкиваться в самых разнообразных отраслях науки и техники. Наглядными примерами таких отраслей являются отрасли науки и техники, связанные с математическим моделированием различных динамических процессов и объектов, описываемых дифференциальными уравнениями, и с автоматизацией управления и регулирования данными процессами. Без умения достаточно эффективно решать данную задачу невозможно вести речь о создании автоматических регуляторов, обеспечивающих реализацию технологических процессов в соответствии с заданными режимами и с достаточно высокой точностью. Последнее обуславливается тем, что без использования первой и более высокого порядка производных регулируемых переменных и знания достаточно точных оценок их значений невозможно создать и, тем более, реализовать автоматический регулятор, удовлетворяющий отмеченным выше требованиям.

Как известно из электро- и радиотехники, а также теории автоматического управления, основываясь на традиционных аналоговых дифференцирующих цепочках и усилителях, оказывается, невозможно создать идеальный или достаточно близкий к нему дифференциатор. Известно также, что данное препятствие можно обойти, если при создании дифференциаторов основываться на современных средствах микропроцессорной техники и методах цифрового (численного) дифференцирования сигналов. Высокие точностные характеристики и быстродействие современных микропроцессоров позволяют видеть, что создание на их основе дифференциаторов сигналов, пригодных для использования в реальном масштабе времени, является вполне разрешимой задачей.

Как известно, задача цифрового дифференцирования наблюдаемого сигнала, значения которого заданы с ошибками, и получения достаточно точных оценок его производных является далеко не тривиальной из-за того, что она является некорректной. Отмеченное выше делает вполне очевидной актуальность проведения исследований существующих и создания новых методов цифрового дифференцирования сигналов и выбора такого или таких из них, которые наиболее пригодны для реализации с применением средств современной микропроцессорной техники и позволяющие достичь требуемых характеристик.

Цель диссертационной работы. Изложенные выше проблемы и особенности задачи цифрового дифференцирования сигналов явились стимулом для проведения дальнейших исследований с целью создания таких методов и алгоритмов, которые бы в наиболее полной мере удовлетворяли описанным выше требованиям. Создание подобного рода алгоритмов цифрового дифференцирования сигналов, их исследование и практическая реализация и является целью данной диссертации.

Для достижения поставленной цели были синтезированы два новых алгоритма цифрового дифференцирования сигналов, базирующихся на различных идеях и подходах.

Первый алгоритм представляет собой регуляризованный алгоритм дифференцирования сигналов, основанный на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени или, как еще его часто называют, простейший алгоритм дифференцирования. Основное внимание при его исследовании уделяется результатам анализа причин некорректности задачи цифрового дифференцирования сигналов и его регуляризации.

Второй алгоритм основан на использовании скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала алгебраическими полиномами второго порядка и сведении задачи его дифференцирования к аналитическому дифференцированию аппроксимирующих полиномов. При этом в качестве меры точности аппроксимации сигналов используется, евклидова или, что то же самое, квадратичная метрика, а вычисление коэффициентов аппроксимирующих полиномов осуществляется с применением псевдообратных матриц и рекуррентного алгоритма их вычисления.

В данной работе были исследованы важнейшие свойства синтезированных алгоритмов, методы их регуляризации и вероятностно-статистические характеристики их решений. Разработан и применен алгоритм предварительной фильтрации дифференцируемого сигнала основанный на скользящем усреднении его значений, с целью повышения помехоустойчивости синтезированных алгоритмов. Приводятся некоторые результаты численного моделирования предлагаемых методов, иллюстрирующие их преимущества, работоспособность и возможность дальнейшего их использования при создании автоматических регуляторов и автоматизированных систем управления различного типа и назначения.

Методы исследований. Для решения поставленных задач использовались методы математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, линейной алгебры, а также методы оптимизации и численного моделирования. При создании программного обеспечения для исследований синтезированных алгоритмов использовался пакет программ MATLAB, а также написанные специально для него модули, позволяющие в полной мере исследовать все основные характеристики и свойства предлагаемых алгоритмов.

Защищаемые положения. На основе проведенного анализа существующих методов цифрового дифференцирования сигналов и актуальности данной задачи, получены следующие оригинальные результаты:

- 1) Способ регуляризации простейшего алгоритма цифрового дифференцирования сигналов, основанного на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени и его регуляризованная модификация.

2) Алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на использовании скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала алгебраическими полиномами второго порядка, и псевдообратных матриц с регуляризацией их вычислений.

3) Алгоритм предварительной фильтрации дифференцируемого сигнала, основанный на скользящем усреднении его значений

4) Синтезированные алгоритмы цифрового дифференцирования сигналов используются в компании «ЭлеСи» при изготовлении систем регулирования электроприводами различного назначения и при проектировании и изготовлении регуляторов функционирующих в системах управления нефтепроводами (подтверждено актом внедрения)

5) Алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на использовании скользящей квадратичной аппроксимации использован при изготовлении ПИД-регулятора, встроенного в систему управления расстоечным шкафом на пищекомбинате «Лама» (подтверждено актом внедрения)

Достоверность результатов обеспечивается применение строгих математических методов решения задач, обоснованным использованием современных технологий разработки программного обеспечения, тестированием всех программных модулей, экспериментальным исследованием предложенных алгоритмов, а также результатами их внедрения и эксплуатации.

Научную новизну полученных в работе результатов определяют

1 Способ регуляризации простейшего алгоритма цифрового дифференцирования сигналов, основанного на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени и его регуляризованная модификация Приведены результаты экспериментальных исследований данного алгоритма иллюстрирующие его преимущества перед алгоритмом дифференцирования, который реализован в пакете программ Matlab Следует отметить, что в большинстве программных продуктов данного назначения алгоритм дифференцирования реализован таким же образом Синтезированный алгоритм обладает более высокой помехоустойчивостью

2. Синтезирован новый алгоритм, основанный на использовании скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала алгебраическими полиномами второго порядка, и псевдообратных матриц с регуляризацией их вычислений и сведении задачи его дифференцирования к аналитическому дифференцированию аппроксимирующих полиномов Приведены результаты экспериментальных исследований данного алгоритма, иллюстрирующие его способность с высокой точностью вычислять оценки производной первого, второго и более высоких порядков

3 Синтезирован модифицированный алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на применение скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц с предварительной фильтрацией сигнала, реализующей скользящее усреднение его значений

Синтезированный алгоритм обладает более высокой помехоустойчивостью по сравнению с исходным

Синтезированные алгоритмы наряду с теоретической ценностью, подтвержденной экспериментальным путем с помощью моделирования, имеют также вполне реальную практическую ценность

Практическая ценность. Разработанные алгоритмы цифрового дифференцирования сигналов используются компанией «ЭлеСи» при разработке регуляторов различного типа Был разработан и изготовлен регулятор по заказу «Пищекombината Лама» для управления расстойными шкафами «Климат - Агро», предназначенными для вызревания теста При разработке данного регулятора был применен алгоритм, основанный на использовании скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала алгебраическими полиномами второго порядка Годовой экономический эффект от использования разработанного регулятора составил 180 000 рублей

Апробация работы. Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях, симпозиумах, семинарах

1 XXXIX научно-техническая конференция студентов, молодых ученых и аспирантов - Уфа, 1988

2 II Всесоюзная научно-техническая конференция «Микропроцессорные системы автоматики» – Новосибирск, 1991

3 Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ» - Томск, 2006

4 Межрегиональной научно-технической конференции "Научная сессия ТУСУР" - Томск, 2006

5 Четвертой научно-практической конференции «Современные средства и системы автоматизации» - Томск 2003

Публикации. Основные результаты исследований по теме диссертации отражены в 13 публикациях, цитируемых по ходу изложения материала Из них 3 (три) в журналах, входящих в перечень периодических научных изданий, рекомендуемых ВАК

Личный вклад автора. Диссертация написана с использованием результатов, полученных лично автором или при его участии на всех этапах решения поставленной задачи

Структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников из 60 наименований и 2 приложений Объем основного текста диссертации составляет 130 страниц машинописного текста, иллюстрированного 31 рисунком и 2 таблицами.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, формулируется цель и задачи исследований, отмечается научная новизна работы, приводится краткая характеристика диссертационной работы

В первой главе формулируется постановка задачи цифрового дифференцирования сигналов и осуществляется анализ ее особенностей. Проводится краткий обзор существующих методов решения рассматриваемой задачи, и анализируются их достоинства и недостатки. Сформулированы требования к алгоритмам цифрового дифференцирования сигналов в реальном масштабе времени.

Постановка задачи цифрового дифференцирования сигнала $s = s(t)$

Как уже отмечено выше, с необходимостью решения задачи цифрового дифференцирования сигналов, измеряемых в реальном масштабе времени, приходится сталкиваться при решении многих прикладных задач. При этом в каждом конкретном случае она, очевидно, должна формулироваться с учётом конкретных условий, в которых она будет решаться. Далее будем предполагать, что данная задача должна формулироваться применительно к следующим конкретным условиям:

1. Интересующий нас по каким-либо причинам сигнал S является некоторой функцией s времени t , удовлетворяющей равенству

$$s = s(t), \quad (1)$$

и эта функция является непрерывной и хотя бы один раз дифференцируемой.

2. Измерения сигнала S осуществляются в дискретные и равноотстоящие моменты времени t_k , $k=1,2,3$, ..., связанные рекуррентным соотношением вида

$$t_k = t_{k-1} + \Delta t, \quad (2)$$

где Δt - некоторый постоянный интервал времени t , а $t_0 = 0$.

3. Измеренные значения $\tilde{s}_k = \tilde{s}(t_k)$ сигнала S являются аддитивной смесью истинных значений $s_k = s(t_k)$ сигнала S и ошибок его измерения $\varepsilon_k = \varepsilon(t_k)$ и, соответственно, удовлетворяют равенствам

$$\tilde{s} = s_k + \varepsilon_k, \quad k = 0, 1, 2, 3, \quad (3)$$

4. Ошибки измерения ε_k являются значениями случайных величин ε_k , $k = 0, 1, 2, 3$, ..., удовлетворяющих условиям вида

$$а) M\{\varepsilon_k\} = 0, \quad б) D\{\varepsilon_k^2\} = \sigma_k^2 \quad и \quad в) K\{\varepsilon_k \varepsilon_{k-1}\} = M\{\varepsilon_k \varepsilon_{k-1}\} = 0, \quad (4)$$

где $M\{\varepsilon_k\}$ и $D\{\varepsilon_k^2\}$ - математическое ожидание и дисперсия случайной величины ε_k , а $M\{\varepsilon_k \varepsilon_{k-1}\}$ - ковариация случайных величин ε_k и ε_{k-1} , σ_k^2 - некоторое ограниченное неотрицательное число. Данные условия означают соответственно, что ε_k являются центрированными случайными величинами, имеющими ограниченные дисперсии, равные σ_k^2 , и случайные величины ε_k и ε_{k-1} при всех значениях k и $k-1$ некоррелированы.

5. В каждый момент времени t_k у нас имеются m измеренных значений

$$\tilde{s}_{k-m+1}, \tilde{s}_{k-m+2}, \dots, \tilde{s}_{k-1}, \tilde{s}_k \quad (5)$$

сигнала S , полученные в моменты времени $t_{k-m+1}, \dots, t_{k-1}, t_k$. Здесь m – некоторое ограниченное натуральное число

Как уже отмечено выше, сущность задачи цифрового дифференцирования сигнала S заключается в том, чтобы, используя имеющиеся у нас в момент времени t_k измеренные значения (5), вычислить

оценку \hat{p}_k его производной p_k , определяемой равенством

$$p_k = ds(t_k)/dt, \quad (6)$$

и делать это таким образом, чтобы разность \hat{p}_k и p_k имела как можно меньшее значение. Иначе говоря, оценка \hat{p}_k должна вычисляться так, чтобы имело место, приближенное равенство

$$\hat{p}_k \approx p_k \quad (7)$$

и это равенство выполнялось как можно точнее

Анализ различных проблем и методов цифрового дифференцирования сигнала $s = s(t)$, позволяет классифицировать данные методы и при этом выделить следующие пять групп или классов методов цифрового дифференцирования сигнала $s = s(t)$

1) методы, основанные на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени,

2) методы, основанные на использовании интерполяционных полиномов различных порядков,

3) методы, основанные на использовании сплайнов,

4) методы, основанные на использовании различных аппроксимирующих функций,

5) методы, основанные на использовании интегральных уравнений

В связи с тем, что решаемая нами задача цифрового дифференцирования сигналов служит базисом для создания различного типа автоматических и автоматизированных систем управления технологическими процессами и объектами, протекающими или функционирующими в реальном масштабе времени, то представляется вполне логичным и оправданным полагать, что любой алгоритм решения данной задачи, должен удовлетворять следующим трем требованиям

а) он должен быть предельно экономичным и обладать достаточно высоким быстродействием,

б) его применение должно обеспечивать достаточно высокую точность вычисляемой с его помощью производной дифференцируемого сигнала,

в) он должен быть максимально робастным и, тем самым, обеспечивать как можно более высокую устойчивость вычисляемой производной к ошибкам задания дифференцируемого сигнала

В связи с противоречивостью отмеченных выше требований, очень часто бывает достаточно сложно воспользоваться тем или иным известным алгоритмом. Это, в свою очередь, приводит к тому, что возникает потребность в алгоритмах, способных удовлетворить тем требованиям, которые необходимо выполнить при решении той или иной конкретной задачи.

Принимая во внимание все изложенное выше, следует отметить, что, все рассмотренные методы решения рассматриваемой задачи имеют свои недостатки. И как следствие этого не могут в полной мере удовлетворять предъявляемым к ним требованиям, а это в свою очередь является главным аргументом в пользу того, чтобы совершенствовать имеющиеся методы цифрового дифференцирования и разрабатывать новые.

Во второй главе диссертации описан синтез алгоритмов цифрового дифференцирования сигналов, основанных на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени. Осуществлен анализ некоторых свойств и особенностей данных алгоритмов. Синтезирован алгоритм, реализующий регуляризацию исходного алгоритма с применением псевдообратных матриц. Обоснован выбор псевдорешения при вычислении оценок производной и приведены некоторые его свойства, иллюстрирующие целесообразность применения именно этого решения, а не какого-либо другого. Исследованы вероятностно-статистические характеристики оценок производных. Приведены результаты экспериментальных исследований данного алгоритма и предлагаемого способа его регуляризации, иллюстрирующие преимущества регуляризованного алгоритма. Построена графическая зависимость среднеквадратического отклонения вычисляемых оценок производной от параметра регуляризации, подтверждающая увеличение точности их вычисления приблизительно на 20%.

Выбор для последующих рассмотрений именно этих алгоритмов обуславливается, во-первых, тем, что из всех отмеченных выше и многих других известных в настоящее время алгоритмов подобного назначения они являются предельно просто устроенными и предельно экономичными алгоритмами. Во-вторых, их программная и аппаратная реализации не требуют каких-либо значительных затрат труда, времени и других ресурсов. В-третьих, их применение позволяет добиться предельно высокой скорости цифрового дифференцирования сигналов и соответственно обеспечивает возможность построения устройств и комплексов, обладающих предельно высоким быстродействием. В-четвертых, известным недостатком данных алгоритмов, о котором более подробно пойдет речь далее, является то, что они чрезмерно чувствительны к ошибкам задания значений дифференцируемых сигналов.

Изложенное выше позволяет заключить, что если каким-либо образом устранить или хотя бы заметно уменьшить отмеченную чрезмерную чувствительность данных алгоритмов к ошибкам задания дифференцируемых сигналов, то тем самым можно существенно расширить возможности их применения для решения различных прикладных задач.

Алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на использовании конечных приращений дифференцируемого сигнала и времени представим равенством вида

$$\tilde{p}_t = (\tilde{s}_t - \tilde{s}_{t-1}) / \Delta t, \quad t=1,2,3, \quad (8)$$

где \tilde{s}_t и \tilde{s}_{t-1} - значения сигнала S , измеренные в моменты времени t и $t - \Delta t$, удовлетворяющие в соответствии с предположениями (5) равенствам

$$\tilde{s}_{t-1} = \tilde{s}(t - \Delta t) = s(t - \Delta t) + \varepsilon(t - \Delta t), \quad (9)$$

$$\tilde{s}_t = \tilde{s}(t) = s(t) + \varepsilon(t) \quad (10)$$

Представим оценку \tilde{p}_t , вычисленную в соответствии с алгоритмом (8)-(10), в следующем виде

$$p_t + \Delta_t = \tilde{p}_t, \quad (11)$$

где p_t - истинное, неизвестное нам значение производной сигнала S в момент времени t , а Δ_t - также неизвестное нам значение ошибки оценивания значения p_t с помощью оценки \tilde{p}_t . Данное равенство, очевидно, являясь уравнением относительно неизвестных p_t и Δ_t

Для удобства и сокращения последующего изложения введём в рассмотрение вектор-строку \vec{a}_{tr} и вектор-столбец $\overset{\downarrow}{x}_{tr}$, определив их следующими равенствами.

$$\text{а) } \vec{a}_{tr} \text{ (} r_t \text{)} \quad \text{и} \quad \text{б) } \overset{\downarrow}{x}_{tr} = (p_t \ \Delta_t)^T, \quad (12)$$

Теперь, используя введенные векторы \vec{a}_{tr} и $\overset{\downarrow}{x}_{tr}$, и записав (11) в векторно-матричном виде получим

$$\vec{a}_{tr} \overset{\downarrow}{x}_{tr} = \tilde{p}_t, \quad (13)$$

где r_t - некоторое, отличное от нуля число, которое всюду далее будем называть параметром регуляризации рассматриваемого алгоритма дифференцирования сигнала S . Данное уравнение имеет континуум решений, одним из которых является его истинное решение. Всюду далее будет использоваться так называемое псевдорешение данного уравнения,

которое будем обозначать символом x_{tr+} и которое может быть вычислено в соответствии с равенством

$$\overset{\downarrow}{x}_{tr+} = (1 + r_t^2)^{-1} \overset{\downarrow}{a}_{tr} \tilde{p}_t \quad (14)$$

Если записать найденное решение x_{tr+} в развёрнутом виде, то в результате получим, что

$$\text{а) } \hat{p}_t = \tilde{p}_t / (1 + r_t^2) \quad \text{и} \quad \text{б) } \hat{\Delta}_t = \tilde{p}_t r_t / (1 + r_t^2), \quad (15)$$

где \hat{p}_t и $\hat{\Delta}_t$ - оценки производной p_t сигнала S и ошибки Δ_t её оценивания в момент времени t . Необходимо выбрать такое значение параметра r_t , при котором погрешность оценки \hat{p}_t принимает минимальное значение, в качестве количественного критерия погрешности оценки \hat{p}_t будем использовать вариацию $V\{\hat{p}_t\}$ оценки \hat{p}_t . Значения r_t , определяются равенствами

$$\text{а) } r_t = \sigma_{\Delta_t} / p_t \quad \text{и} \quad \text{б) } r_t = -\sigma_{\Delta_t} / p_t \quad (16)$$

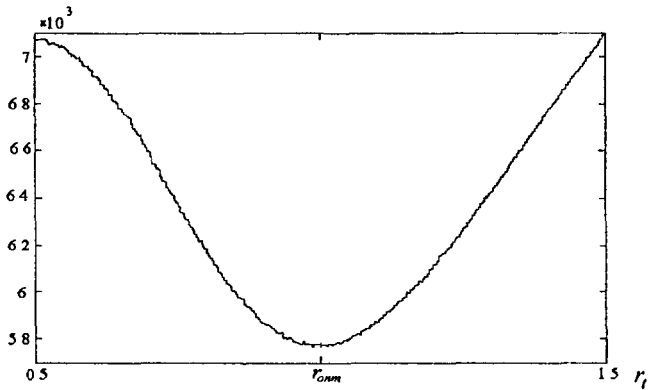


Рисунок 1

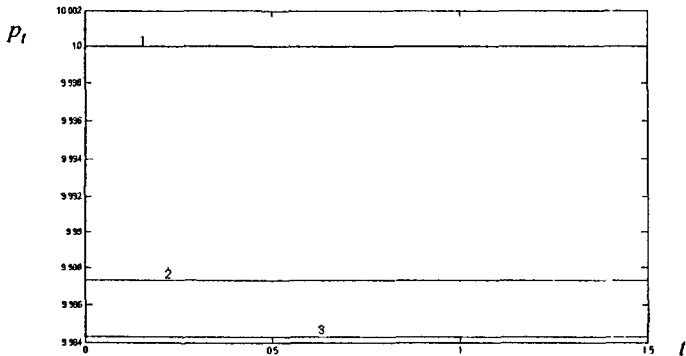


Рисунок 2

На рисунке 1 приведен график, построенный по результатам выполненного моделирования и иллюстрирующий зависимость

среднеквадратического значения погрешности оценивания производной дифференцируемого сигнала от параметра регуляризации. Как видно из данного рисунка, любое отклонение параметра регуляризации r_l от его оптимального значения r_{opt} , определяемого равенством (16) неизбежно приводит к увеличению погрешности вычисления производной. Из приведённого рисунка видно также, что в окрестности значения $r_l = r_{opt}$ рассматриваемый график оказывается практически параллельным оси абсцисс. Это, очевидно, означает, что изменение r_l в окрестности данного значения практически не влияет на точность вычисляемых оценок \hat{p}_l . Именно это обстоятельство является логическим обоснованием замены в (16а) значения p_l его оценкой \hat{p}_l и обеспечивает возможность практической реализации предлагаемого способа регуляризации. Рисунок 2 иллюстрирует увеличение точности вычисления оценки производной с помощью нового регуляризованного простейшего алгоритма дифференцирования сигналов (обозначен цифрой 2) по сравнению с исходным (обозначен 3).

Синтезированный алгоритм позволил увеличить точность вычисления производной приблизительно на 20%.

В третьей главе синтезирован алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на применении скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц, с регуляризацией алгоритма их вычисления. Рассмотрен алгоритм решения условных систем линейных алгебраических уравнений и алгоритм Гревилля вычисления псевдообратных матриц. Приводятся вероятностно-статистические характеристики вычисляемых оценок производных и некоторые результаты экспериментальных исследований рассматриваемого алгоритма, иллюстрирующие его основные преимущества.

Сущность данного метода цифрового дифференцирования сигналов заключается в следующем:

1 В качестве аппроксимирующей сигнал $s = s(t)$ функции $\hat{s} = \hat{s}(t)$ используется алгебраический полином 2 – го порядка, определяемый равенством

$$\hat{s}(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2, \quad (17)$$

где c_0, c_1 и c_2 - коэффициенты, значения которых подбираются таким образом, чтобы погрешность аппроксимации имела минимальное значение.

2 В качестве количественной меры погрешности аппроксимации сигнала $s = s(t)$ полиномом (17) используется, евклидова метрика $\rho(s, \hat{s})$, определяемая равенством

$$\rho(s, \hat{s}) = \left(\sum_{i=1}^m (s_i - \hat{s}_i)^2 \right)^{1/2}, \quad (18)$$

где s_i - измеренные значения дифференцируемого сигнала $s = s(t)$ в моменты времени t_i , $i = \overline{1, m}$, \hat{s}_i - значения аппроксимирующего полинома (17) соответствующие этим же самым моментам времени t_i , m - некоторое ограниченное натуральное число, меньшее M . Здесь M - верхняя граница допустимых значений m - некоторое конечное натуральное число, выбираемое с учётом технических возможностей аппаратного устройства, с помощью которого реализуется дифференцирование сигнала, желаемого быстродействия данного устройства, уровня ошибок в значениях сигнала и т.п., при любом заданном значении числа m определение коэффициентов c_0 , c_1 и c_2 данного полинома может быть сведено к решению системы условных линейных алгебраических уравнений вида

$$c_0 + t_i c_1 + t_i^2 c_2 \approx \hat{s}_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (19)$$

В векторно-матричной форме данная система имеет вид

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ Ac \approx s. \end{matrix} \quad (20)$$

где а) $A = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ 1 & t_2 & t_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_m & t_m^2 \end{pmatrix}$, б) $c = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$ и в) $s = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_m \end{pmatrix}$. (21)

Знаком « \approx » - здесь обозначено приближенное или условное равенство. Решение условной системы уравнений (20) сводится к минимизации евклидовой метрики $\rho(s, \hat{s})$

Как известно минимум метрики (18) является псевдо решением

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ c = A^+ s \end{matrix} \quad (22)$$

где A^+ - псевдобротная матрица к матрице A

3 Задача аппроксимации сигнала $s = s(t)$ полиномом (17) решается в режиме так называемого «скользящего окна». Это означает, что выбирается некоторое натуральное число m , которое, будем называть шириной «скользящего окна» или, глубиной памяти алгоритма, и делается это так, чтобы имели место следующие неравенства:

$$\text{а) } m > 3 \quad \text{и} \quad \text{б) } m < M \quad (23)$$

4 Используя первые m пар значений (t_i, s_i) из (5), и вектор заданных

\downarrow \downarrow
начальных оценок c_0 коэффициентов c полинома (17), формируется и решается система условных линейных алгебраических уравнений (20)

После определения коэффициентов c_0, c_1, c_3 полинома (17) можно найти оценку $\hat{d s / dt}$ первой и второй $\hat{d^2 s / dt^2}$ производных в соответствии с равенствами

$$\hat{d s / dt} = 2c_2 t + c_1, \quad (24)$$

$$\hat{d^2 s / dt^2} = 2c_2. \quad (25)$$

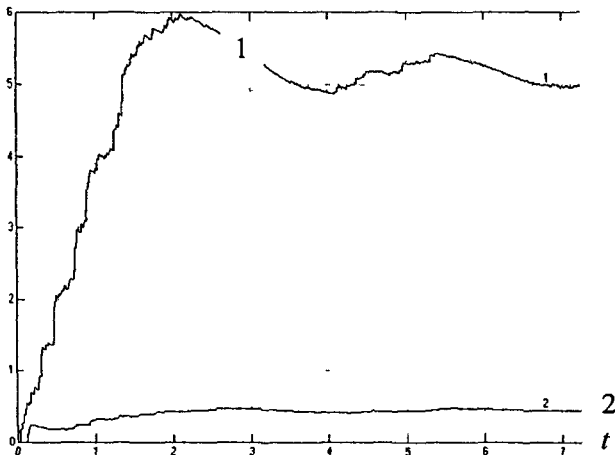


Рис 3 $\varepsilon = 5\%$. Первая производная.

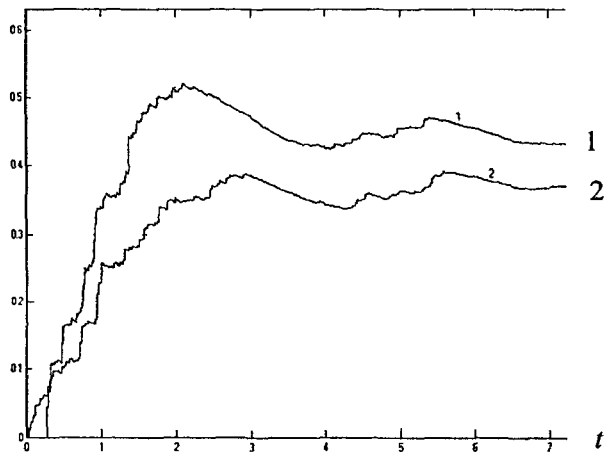


Рис 4 $\varepsilon = 0.5\%$ Вторая производная

На рисунках 3 и 4 приведены результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие преимущества синтезированного алгоритма, для сигнала $s = \sin(t)$. На них ε - ошибка измерения дифференцируемого сигнала, m - значение глубины памяти алгоритма, 1 - результаты полученные с помощью стандартного алгоритма вычисления производной пакета Matlab, 2 - результаты полученные с помощью синтезированного метода вычисления производных. Ниже на рисунках приведена зависимость среднеквадратического отклонения (СКО) вычисленного значения первой производной от её истинного значения от времени. На рисунке 4 кривая 1 изображена в масштабе 1/50.

В четвертой главе синтезирован модифицированный алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на применении скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц с предварительной фильтрацией сигнала, реализующей скользящее усреднение его значений. Приведены результаты экспериментальных исследований увеличения помехоустойчивости и, соответственно, точности вычисления оценок производных.

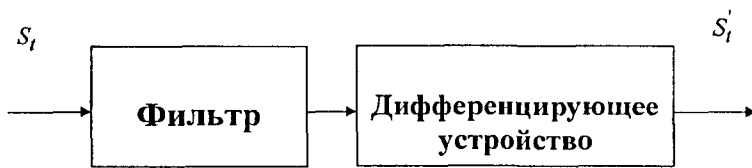


Рисунок 5

Первое звено - «Фильтр» структурной схемы, изображенной на рисунке 4, представляет собой алгоритм, реализующий предварительную фильтрацию дифференцируемого сигнала. Он основан на использовании арифметического усреднения значений сигнала. Второе звено реализует алгоритм, основанный на использовании скользящей аппроксимации дифференцируемого сигнала алгебраическими полиномами второго порядка.

Для реализации данного метода в каждый момент времени t будем использовать m измеренных значений сигнала, полученные в последние m моментов времени и формировать на их основе усредненное значение, которое в дальнейшем будет поступать в дифференциатор. Назовем количество усредняемых измерений в группе - глубиной памяти алгоритма и обозначим его m .

Использованный нами алгоритм базируется на следующих положениях:

- а) в каждый момент времени t на вход дифференцирующего устройства поступает усредненное значение \bar{s}_t сигнала S ,
- б) усредненное значение формируется согласно следующей формуле

$$\bar{s}_t = \frac{1}{m} \sum_{i=t-m+1}^t s_i, \quad (26)$$

где m - значение глубины памяти алгоритма - конечное натуральное число, и при этом первое усредненное значение поступает на вход дифференцирующего устройства в момент времени $t = m$,

в) в каждый последующий момент времени при вычислении среднего значения \bar{s}_t , также используются m значений сигнала, но при этом самое старое значение \bar{s}_{t-m} деленное на m отбрасывается, а вновь поступившее \bar{s}_t деленное на m суммируется с оставшимися значениями сигнала. Таким образом, получается своего рода, скольжение окна шириной m по значениям сигнала s_t с одновременным усреднением значений сигнала, попадающих в данное окно

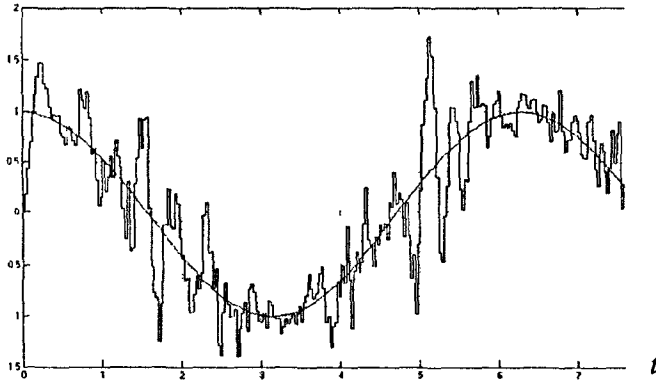


Рисунок 6

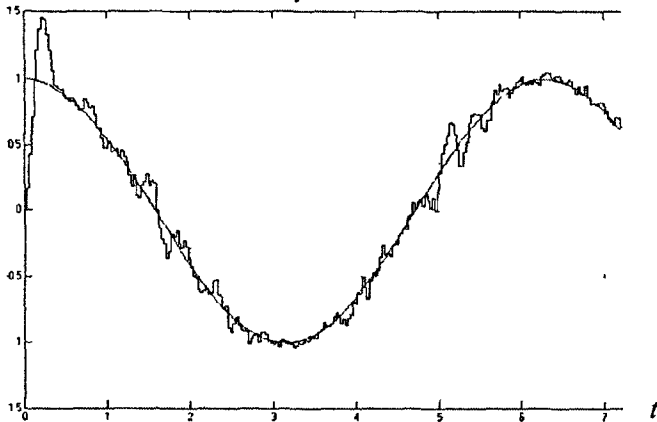


Рисунок 7

На рисунках 6 и 7 изображена производная исследуемых сигналов, с предварительным усреднением их значений и без, ширина скользящего окна равна 5. Как явно видно из данных рисунков исследуемый метод дал ощутимый результат в плане повышения помехоустойчивости, СКО вычисленных значений производной от их истинных значений сократилось приблизительно в пять раз.

В пятой главе представлены результаты практического применения синтезированных алгоритмов, а именно их аппаратная реализация. На одном из ведущих предприятий города по производству продуктов питания «ПищекOMBинате Лама» на базе алгоритма цифрового дифференцирования сигналов, основанного на применении скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц, был разработан и изготовлен ПИД-регулятор, который в дальнейшем был встроен в реальную систему управления процессом вызревания теста в специальных шкафах расстойки «Климат – Агро». Качество регулирования разработанного регулятора на 20-22 процента выше, чем у «заводского». Применение разработанного регулятора позволило сократить время вызревания теста на 2-3 процента, на 15-20 процента снизилась себестоимость продукции и на 2-5 процентов сократилось количество брака. Годовой экономический эффект от использования разработанного регулятора составил 180 000 рублей.

В компании «ЭлеСи» синтезированные алгоритмы цифрового дифференцирования сигналов используются при проектировании и исследовании систем управления электроприводами различного назначения. Данные алгоритмы используются также при проектировании и изготовлении регуляторов, функционирующих в системах управления нефтепроводами и нефтепродуктопроводами.

В заключении представлены основные выводы и результаты диссертации в целом.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

В диссертационной работе проведен анализ существующих методов решения задачи цифрового дифференцирования сигналов, широко используемых в настоящее время. Рассмотрены их особенности, достоинства и недостатки. В связи с тем, что существующие методы решения рассматриваемой задачи не отвечают в полной мере, предъявляемым к ним требованиям, были синтезированы новые алгоритмы цифрового дифференцирования сигналов, предназначенные для решения большого круга задач, обладающие при этом более высокими точностными характеристиками, помехоустойчивостью и экономичностью.

При выполнении диссертационной работы получены следующие основные результаты:

1. Синтезирован новый способ регуляризации простейшего алгоритма цифрового дифференцирования сигналов в реальном масштабе времени, основанный на использовании псевдообратных матриц и псевдорешении систем линейных алгебраических уравнений. Применение данных матриц и

вариации вычисляемых оценок производной дифференцируемого сигнала позволило синтезировать алгоритм вычисления оптимальных значений параметра регуляризации, обеспечивающих наиболее высокую точность вычисления производной. Экспериментальные исследования наглядно иллюстрируют и подтверждают, увеличение точности вычисления оценок производной, по крайней мере, на 20%.

2. Синтезирован новый алгоритм цифрового дифференцирования сигналов, основанный на применении скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц, позволяющий не пользуясь стандартными процедурами дифференцирования с достаточно высокой точностью вычислять, как значение самого сигнала, так и значения его первой и второй производных. Предложенный алгоритм, как это показали экспериментальные исследования, имеет значительно более высокую помехоустойчивость, чем алгоритмы, основанные на использовании стандартных процедур дифференцирования, реализованные во многих современных языках программирования и пакетах прикладных программ, в частности в используемом нами Matlab. Это его свойство оказывается особенно полезным при вычислении второй производной.

3. Синтезирован новый алгоритм цифрового дифференцирования с предварительной фильтрации входного сигнала, основанный на скользящем усреднении его значений. Приведены результаты экспериментальных исследований, иллюстрирующие увеличение помехоустойчивости и точности вычисления оценок производных. Следует отметить, что при вычислении оценок первой производной СКО данных оценок от их истинных значений составляет тысячные доли процента, при уровне шумов в 5%. Все изложенное выше позволяет заключить, что синтезирован новый алгоритм, обладающий высокой помехоустойчивостью и точностью вычисления оценок производной.

4. Разработано и изготовлен ПИД-регулятор для системы управления шкафами расстойки «Климат – Агро». В качестве алгоритма, реализующего работу данного устройства лежит синтезированный алгоритм, основанный на применении скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообратных матриц. Использование данного регулятора позволило увеличить точность регулирования температуры и влажности приблизительно на 22-25%, что позволило существенно оптимизировать работу шкафов расстойки «Климат – Агро» в целом. Это в свою очередь, повысило качественные характеристики конечного продукта, снизило количество брака и облегчило работу оператора.

5. Синтезированные алгоритмы цифрового дифференцирования сигналов используются в компании «ЭлеСи» при проектировании и исследовании систем управления электроприводами различного назначения. Данные алгоритмы используются также при проектировании и изготовлении регуляторов, функционирующих в системах управления нефтепроводами и нефтепродуктопроводами.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ РАБОТЫ

- 1 **Майстренко, А.В.** Синтез адаптивной системы управления dilatометром и некоторые результаты ее исследования [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков // Материалы докладов II Всесоюзной научно-технической конференции «Микропроцессорные системы автоматизации»/ - Новосибирск, -1991 Изд-во НЭТИ –Библиогр с 157-158
- 2 **Майстренко, А.В.** Синтез и исследование рекуррентного алгоритма подстройки модели объекта управления со скользящим усреднением его переменных [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков -М, 1989 - 33с – Библиогр Деп в ВИНТИ, 24 05 1989 №3433-B89
3. **Майстренко, А.В.** Адаптивный подход к построению системы автоматического управления dilatометром и некоторые результаты ее исследований [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков - М, 1991 - 34с – Библиогр Деп в ВИНТИ, №606-B91
- 4 **Майстренко, А.В.** Рекуррентный алгоритм подстройки модели объекта управления со скользящим усреднением его переменных [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков // Сборник корреляционно экстремальные системы управления/ - Томск, -1990 Изд-во ТГУ – Библиогр
- 5 **Майстренко, А В.** Рекуррентный алгоритм подстройки модели объекта управления, основанный на применении псевдообратных матриц [Текст] / А В Майстренко // Материалы докладов XXXIX всесоюзной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых/ - Уфа, -1988 Изд-во УНИ
- 6 **Майстренко, А.В.** Цифровое дифференцирование сигналов в реальном масштабе времени с применением скользящей квадратичной аппроксимации [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков, Н В Старовойтов // Омский научный вестник -2006 -№7(43), С 106-108 - Библиогр
7. **Майстренко, А.В.** Некоторые результаты исследования цифрового дифференцирования сигналов основанного на применении квадратичной аппроксимации [Текст] / А В Майстренко, Н В Старовойтов // Материалы докладов межрегиональной научно-технической конференции "Научная сессия ТУСУР"/ - Томск, 4-7 мая 2006, -Библиогр
- 8 **Майстренко, А.В.** Цифровое дифференцирования сигналов с применением скользящей аппроксимации и псевдо обратных матрицах [Текст] / А В Майстренко, Н В. Старовойтов // Труды XII Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»/ - Томск 27 марта – 21 марта, 2006, Изд-во ТПУ - Библиогр
- 9 **Майстренко, А В.** Применение регуляризации для простейшего метода цифрового дифференцирования на конечных приращениях сигнала и времени [Текст] / А В Майстренко, Н В Старовойтов // Труды XII

Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»/ - Томск 27 марта – 21 марта, 2006. Изд-во ТПУ - Библиограф

- 10 **Майстренко, А.В.** Регуляризация простейшего алгоритма цифрового дифференцирования сигналов [Текст] / А В Майстренко, А А Светлаков, Н В Старовойтов // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета -2006. -№4 (25), –С 53-67 –Библиограф
- 11 **Майстренко, А.В.** Регуляризация алгоритма цифрового дифференцирования сигналов, основанного на использовании приращений дифференцируемого сигнала и времени [Текст] / А В. Майстренко, А.А.Светлаков, Н.В.Старовойтов. -М, 2006 - 37с. – Библиограф - Деп в ВИНТИ 08 06 2006, №778-В2006.
- 12 **Майстренко, А.В.** Цифровое дифференцирование функций с применением конечных разностей [Текст] / В Т Антропов, А Е Карелин, А.В Майстренко // Труды X Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ» посвященная 400-летию г. Томска/ - Томск -2004 г 29 марта-2 апреля Изд-во ТПУ. – Библиограф
- 13 **Майстренко, А.В.** Цифровое дифференцирование сигналов с применением скользящей квадратичной аппроксимации и псевдообращения матриц [Текст] / А В Майстренко, В Т Антропов, А Е Карелин, А А.Светлаков // Материалы научно-практической конференции «СОВРЕМЕННЫЕ СРЕДСТВА И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ»/ – Томск. -2003. 21-23 октября Изд-во ТУСУР – Библиограф

12

Тираж 100 экз Заказ 489.
Томский государственный университет
систем управления и радиозлектроники
634050, г Томск, пр. Ленина, 40