

На правах рукописи

РГБ
С.7
28 ОКТ 1997

ШУМИЛИНА НАДЕЖДА ГЕННАДЬЕВНА

ИЗУЧЕНИЕ АКСИОМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА
В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ 7-9-Х КЛАССОВ.

13.00.02 - теория и методика обучения математике

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Орел - 1997

Работа выполнена в Орловском государственном университете

Научный руководитель:

заслуженный деятель науки РФ,
академик Международной педагогической академии,
доктор физико-математических наук, профессор
Мантуров О. В.

Официальные оппоненты:

действительный член МАНВШ, МАИ и АПСН,
доктор педагогических наук, профессор
Луканкин Г. Л.

кандидат педагогических наук, доцент
Федорова С. И.

Ведущая организация:

Брянский государственный педагогический университет

Защита состоится **17 октября 1997 года** в **12 часов**
на заседании диссертационного совета К 113.26.04 по
защите диссертаций на соискание ученой степени кандидата
наук в Орловском государственном университете по адресу:
302015, г.Орел, ул.Комсомольская, 95.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке
Орловского государственного университета.

Автореферат разослан 12 сентября 1997 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Селютин В. Д.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность исследования. Современные концепции гуманизации обучения ориентируют среднюю школу на максимальное развитие и реализацию творческих возможностей учащихся, что требует серьезного изменения содержания образования. Приобретаемые знания должны отличаться не только востребованностью их в дальнейшей жизни и практической деятельности, но и способствовать интеллектуальному развитию школьников. Говоря о проблемах развивающего обучения, известный психолог В. В. Давыдов отмечал, что воспитание и обучение правильно формируют личность лишь тогда, когда педагог организует деятельность ребенка по усвоению человеческого опыта. То есть, математическая деятельность учеников должна не только сводиться к воспроизведению полученных кем-то знаний, но и включать в себя процесс поиска, открытия новых фактов и закономерностей.

Исходя из этого, курс школьной геометрии должен быть таким, чтобы он прежде всего побуждал учащихся к постановке вопросов, выдвижению гипотез, создавал бы условия для эффективных поисков. Организация обучения должна обеспечивать не только усвоение программных геометрических знаний и умений, но и способствовать разностороннему развитию личности школьников, в частности, развитию познавательных способностей, самостоятельности и творческого подхода к учению.

Попытки решения этих проблем в отечественной школе можно найти в учебниках А. Н. Колмогорова, А. В. Логорелова, В. А. Гусева, в работах авторских коллективов Л. С. Атанасяна (В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина); А. Д. Александрова (А. Л. Вернер, В. И. Рьжик); Г. П. Бевза (В. Г. Бевз, Н. Г. Владимирова); В. Г. Болтянского (М. Б. Волович, А. Д. Семушин); В. М. Клопского (З. А. Скопец, М. И. Ягодовский); А. Н. Колмогорова (А. Ф. Семенович, Р. С. Черкасов); В. Н. Руденко, Г. А. Бахурина и др. В этих учебниках авторы предлагают свою точку зрения на применение аксиоматического метода, на уровень строгости материала и на содержание школьной геометрии в целом.

Анализ имеющейся литературы свидетельствует о том, что

оптимальное для настоящего времени решение проблемы систематического курса геометрии в средней школе еще не найдено.

Нельзя не согласиться с тем, что в условиях массовой школы строгое логическое построение курса математики просто невозможно, да и не является необходимым. Но, тем не менее, изложение геометрического материала, лишенное аксиоматической основы, вряд ли можно считать приемлемым. Обоснования и доказательства, которые опираются лишь на наглядность и очевидность, не всегда будут верными. Такая геометрия не будет играть существенной роли ни в математическом образовании, ни в общем развитии школьников.

Поэтому многие работы методистов-математиков посвящены вопросам формирования у учащихся представлений об аксиоматическом методе (В.О.Ваганян, А.И.Грузин, А.Е.Захарова, М.А.Исаева, П.В.Мартirosян, В.И.Рыжик, В.Е.Шевченко и др.). Внимание в них уделяется не только улучшению содержания курса геометрии, но и модернизации методов и организационных форм предметного обучения. В частности, рассматриваются вопросы, связанные с формированием геометрических понятий, развитием логического мышления и геометрической интуиции, дедуктивного метода познания и мировоззрения в целом (М.Н.Назаров, З.И.Слепкань, И.М.Смирнова, А.А.Столяр, Е.Тоцки, Р.Хашимов, В.М.Туркина, Д.М.Фрейверт и др.).

Результаты этих исследований показывают, что изучение аксиоматического метода в школе способствует формированию системных знаний и обобщенных умений учащихся, целостному представлению об окружающей действительности и становлению научного мировоззрения, развитию логического мышления, познавательной самостоятельности, творческой активности и повышает интерес к геометрии.

Опыт практической реализации указанных выше теорий доказал их педагогическую эффективность. Но, наряду с этим, он выявил и недостаточную разработанность методики применения аксиоматического метода в школе.

Несмотря на то, что в программу девятого класса школьного курса геометрии (Программы: Математика. - М.: Просвещение, 1996.) в настоящее время включено изучение основ аксиоматического метода, среди действующих и пробных учебников

есть такие, где логическое обоснование геометрии вообще не рассматривается. В некоторых из них предлагается лишь обзорный материал по аксиоматическому методу, не соответствующий этой программе и стандарту среднего математического образования. В других вопросы аксиоматики излагаются достаточно сложно для большинства учащихся, потому что для их изучения нужна специальная подготовка.

Таким образом, глубинные причины использования аксиоматического метода при изложении геометрии в средней школе остаются без должного внимания. Почти не учитывается значение этого метода в решении ряда образовательных, воспитательных и развивающих задач обучения, не уделяется должного внимания роли аксиоматического метода в формировании системы взглядов на окружающий мир и его закономерности.

Методика изучения аксиоматического метода в школе, способная устранить указанные недостатки, не разработана.

Все выше сказанное определяет актуальность выбора **темы исследования** : " Изучение аксиоматического метода в курсе геометрии 7-9-х классов " .

Проблема исследования заключается в нахождении путей и средств доступного изложения аксиоматического материала в курсе геометрии средней школы.

Цель исследования - создание учебно-методического комплекса по изучению аксиоматического метода в средней школе на уроках геометрии и факультативах, направленного на повышение качества знаний и уровня учебно-познавательной деятельности учащихся.

Объектом нашего исследования является процесс геометрической подготовки учащихся 7-9 классов.

Предметом исследования - аксиоматический метод в школьном курсе планиметрии и пути формирования у учащихся умений продуктивно использовать его при изучении геометрии.

Исходя из цели исследования, на основе анализа проблемы и результатов констатирующего эксперимента нами было выдвинута следующая **гипотеза**:

Если разработать учебно-методический комплекс, направленный на изучение основ аксиоматики в школьном курсе геометрии, и целенаправленно использовать его в предметном обу-

чении или внеклассной работе по математике, то можно реализовать широкие возможности аксиоматического метода. Это будет стимулировать развитие мышления учащихся, их познавательных способностей и самостоятельности, что не только повысит эффективность обучения, улучшит качество получаемых геометрических знаний и умений, но и будет способствовать формированию научного мировоззрения обучаемых.

В ходе работы необходимо было решить **задачи**:

1. Рассмотреть различные подходы к применению аксиоматического метода в курсе геометрии и его значение в познании окружающего мира и обучении.
2. Выделить исходные методологические и психологические основы изучения аксиоматического метода в школе, определить его значение в решении образовательных, воспитательных и развивающих задач обучения.
3. Обосновать и разработать теоретические основы изучения аксиоматического метода в школьном курсе планиметрии.
4. Определить оптимальные условия изучения основ аксиоматики в обучении геометрии.
5. Построить методическую систему изучения аксиоматического метода: разработать программу, учебные, методические и дидактические материалы, обеспечивающие изучение основ аксиоматики на уроках геометрии и факультативах.
6. Экспериментально проверить эффективность разработанного нового учебно-методического комплекса.

Методологическую основу исследования составили психолого-педагогические и методико-математические труды, относящиеся к теме нашей работы, государственные документы по образованию, учебные программы по математике для средней школы.

Для решения поставленных задач были использованы следующие **методы исследования**:

- теоретические (анализ философской, психолого-педагогической, математической, методической и дидактической литературы по проблеме; изучение государственных документов по вопросам образования);
- общенаучные (педагогическое наблюдение, педагогический эксперимент, беседы, опросы, анкетирование);

- общелогические (логико-дидактический анализ действующих программ по геометрии средней школы, историко-логический анализ, сравнение и обобщение учебного материала);
- экспериментальные методы (констатирующий, поисковый, обучающий эксперименты по проблеме исследования);
- статистические (обработка результатов педагогического эксперимента и их методический анализ).

Исследование проводилось в три этапа.

На первом этапе (1993-1995 г.г.) было рассмотрено состояние проблемы в науке и практике, проанализирована психолого-педагогическая, учебная и методическая литература, обоснована концепция исследования, составлен план опытно-экспериментальной работы.

На втором этапе исследования (1995-1996 г.г.) были определены теоретические основы изучения аксиоматического метода в школьном курсе геометрии, разработан пробный вариант учебно-методического комплекса и заложена его экспериментальная проверка.

На третьем этапе (1996-1997 г.г.) был начат обучающий эксперимент и проанализированы его первые результаты, что позволило сделать основные выводы об использовании созданного комплекса для изучения основ аксиоматики в средней школе, устранить некоторые имеющиеся недостатки и наметить пути совершенствования работы в этом направлении.

Научная новизна и теоретическая значимость проведенного исследования состоит в том, что определены теоретические основы для создания учебно-методического комплекса по изучению аксиоматического метода в курсе школьной геометрии, разработаны концептуальные положения, построена методическая система изучения основ аксиоматики в школе.

Практическая ценность результатов исследования заключается в том, что разработан учебно-методический комплекс по изучению основ аксиоматики в школьном курсе геометрии, включающий в себя программу изучения аксиоматического метода на уроках планиметрии (9 класс) и факультативных занятиях, учебные пособия для учителей и учащихся; методические рекомендации по проведению уроков и занятий по аксиоматике, соответствующие созданным пособиям, и необходимые дидактические материалы.

Выводы и рекомендации исследования и созданный учебно-методический комплекс по изучению аксиоматического метода могут быть использованы:

- для совершенствования аксиоматического материала учебников и методических пособий по школьной планиметрии;
- при разработке учебных материалов для факультативов и внеклассных занятий по математике;
- для проведения лекций и практических занятий по основам аксиоматического метода в вузах и на курсах повышения квалификации учителей.

Достоверность и обоснованность полученных результатов и выводов обеспечивают теоретико-методологические основы изучения и применения аксиоматического метода; использование комплекса взаимосвязанных методов, соответствующих цели, задачам и логике исследования; педагогический эксперимент и положительные результаты экспериментально-опытной работы.

Апробация результатов проводилась путем изложения и обсуждения основных положений диссертационного исследования на научно-практических конференциях по итогам научно-исследовательской работы в Орловском государственном педагогическом университете в 1994, 1995 и 1996 годах; на конференции учителей математики школ г. Орла (март, 1995г.); на "Неделе науки - 96" ОГПУ ; на Всероссийской конференции молодых ученых (г.Орел, апрель, 1996г.); на Межвузовской областной конференции, проходившей в рамках " Декады науки - 97 " (г.Орел, апрель, 1997г.) ; на заседаниях кафедры геометрии и методики преподавания математики Орловского государственного университета.

На защиту выносятся:

1. Обоснование возможности и целесообразности формирования у учащихся представлений об аксиоматическом методе.
2. Учебно-методический комплекс по изучению основ аксиоматического метода на уроках планиметрии (7 - 9 классы) и внеклассных занятиях по математике.
3. Дидактические условия и технология практической реализации созданного комплекса в средней школе.

Диссертация **состоит** из введения, двух глав, заключения, списка основной использованной литературы и приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во **введении** обоснована актуальность; определены проблема, цели, объект и предмет исследования; сформулирована гипотеза; указаны задачи научного поиска; раскрыты новизна, теоретическая значимость и практическая ценность результатов исследования, их апробация и достоверность; отмечены основные этапы исследования; приведены положения, которые выносятся на защиту.

В **Главе I "Научно-педагогические основы аксиоматического построения геометрии"** рассмотрены исторические, научно-методические и психолого-педагогические аспекты применения аксиоматического метода в геометрическом курсе. Вопросы, связанные с построением теорий на основе систем аксиом, начиная с Древней Греции, остаются актуальными и в современной науке. Это подтверждено проведенным нами историческим анализом возникновения и развития аксиоматического метода, его влияния на математику и другие науки. Уделено внимание решению вставшей на рубеже XIX-XX веков задачи строгого обоснования геометрии и современной точки зрения на аксиоматическое построение различных теорий. Указано влияние трудов М.Пиери, Д. Гильберта и В.Ф. Кагана, Г.Вейля и Ф.Клейна на создание отечественных и некоторых зарубежных курсов школьной геометрии.

В нашей стране, начиная с 50-х годов, непрерывно ведутся поиски наиболее целесообразной логической структуры геометрии для средней школы, которые условно можно подразделить на два вида. Первый из них состоит в построении курса, близкого по содержанию к учебникам А.П.Киселева, которые воплотили в себя традиции "Начал" Евклида, но более современного по стилю и форме изложения. При этом подходе геометрия строится на системе основных понятий, отношений и аксиом, представленных неполно и в неявном виде. Примером такого построения школьного курса можно считать учебники В.А.Гусева, авторских коллективов Л.С.Атанасяна, Г.П.Бевза и др. Иное решение этой проблемы состоит в нахождении аксиоматики, которая представленная в явном виде, давала бы возможность достаточно строго изложить все традиционные вопросы школьной геометрии и позволяла бы обновить ее содержание в соответ-

ствии с требованиями времени. Попытки создания такого курса можно найти в учебных пособиях под редакцией А. Н. Колмогорова, в учебниках геометрии А. В. Погорелова, авторов В. Н. Руденко, Г. А. Бахурина, творческого коллектива А. Д. Александрова и некоторых других.

Анализ различных курсов геометрии действующих и пробных учебников, программ по математике и требований стандарта среднего математического образования позволяет сделать выводы о необходимости целенаправленного изучения аксиоматического метода в школьном курсе геометрии.

В Главе II **"Методические основы изучения аксиоматического метода в школьном курсе геометрии"** изложена концепция этого вопроса. Изучение основ аксиоматического построения геометрии способствует достижению некоторых важных целей, которые стоят перед школьным образованием на современном этапе. Одна из них состоит в тренировке и гармоничном развитии мыслительных способностей учащихся. Аксиоматический метод формирует у школьников умение проводить логические рассуждения и доказывать утверждения на основе данных предложений. Изучение этого метода позволяет мотивировать деятельность учащихся на доказательство "очевидных" фактов.

Изучение аксиоматического метода позволяет строить математические модели с определенными свойствами и моделировать реальные ситуации, что развивает творческие умения и познавательную самостоятельность учащихся, повышает их интерес к обучению.

Построение геометрии на основе системы аксиом сложилось исторически. Рассматривая развитие аксиоматического метода, можно знакомиться с историей культуры, историей идей. Это способствует эстетическому развитию учащихся, прививает им умение ценить интеллектуальные достижения человечества, способствует пониманию главного значения аксиоматического метода: его применение в геометрии более двух тысяч лет назад привело в итоге к величайшим открытиям - геометрии Лобачевского и теории относительности Эйнштейна. Этим самым был сделан скачок в познании. Ознакомление учащихся с элементами неевклидовых геометрий и их приложениями будет способствовать формированию научного мировоззрения и правильного восприятия пространства.

Поэтому нами была разработана программа изучения основ аксиоматического метода в курсе геометрии. Содержание ее определили программа по математике для средней школы и стандарт школьного математического образования, которые ставят следующие задачи: освоение основных фактов и методов планиметрии; формирование представлений об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений [Математика в школе. - 1993. - 4 - с.13]; расширение и углубление представлений о математике как элементе человеческой культуры, о применении ее в практике, в научном познании (осознание универсальности математических понятий, теорий, методов, иллюстрация их применения в различных областях человеческой деятельности) [там же, с. 18].

Условно содержание разработанного нами курса по изучению аксиоматического метода в средней школе можно разделить на две части.

Первая часть предполагает изучение следующих тем:

Практическая геометрия древности. Возникновение геометрии как науки. Евклид и его "Начала". Аксиоматический метод. Модели систем аксиом. Непротиворечивость системы аксиом. Независимость системы аксиом. "Необычные" геометрии. Построение аксиоматических систем и их моделей.

Во второй части рассматриваются:

Изложение планиметрии в "Началах" Евклида. Значение "Начал". Недостатки "Начал". Проблема V постулата Евклида и попытки ее решения. Создание геометрии Лобачевского. Основные положения гиперболической геометрии. Доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского. Модели гиперболической геометрии. Неевклидовы геометрии и некоторые их приложения. Значение и место неевклидовых геометрий в современной науке и познании окружающего пространства.

В составленной программе предложено тематическое планирование материала. Методические рекомендации по изучению аксиоматического метода дают краткое изложение основных вопросов по всем темам курса. В них приведены решения задач и литература по каждому из разделов.

Разработанный учебно-методический комплекс был положен в основу педагогического эксперимента, обучающая часть которого была проведена на базе девятих классов муниципального лицея 40 г. Орла (учитель математики Свинорез М. А.) и школы-лицея 3 г. Ливны (учитель математики Смагина Е. В.). При изучении вопросов аксиоматики на занятиях в экспериментальных классах были использованы созданные нами учебные пособия, поурочные разработки и методические рекомендации учителям, дидактические материалы.

Для проверки усвоения основ аксиоматического метода в экспериментальных классах с учащимися были проведены две контрольные работы и анкета. Анализ результатов показал, что большинство учащихся хорошо справилось с доказательствами, опираться в которых надо было лишь на конечное число аксиом. Меньше всего ошибок было допущено в построении моделей и работе с ними. Допущенные недочеты в решении были в основном обусловлены нетвердыми знаниями некоторых ранее изученных тем и недостаточными навыками геометрических построений. 86% опрошенных в ходе анкетирования учащихся отметили материал, связанный с моделями, как наиболее интересный. Больше всего ошибок было допущено в построении математической модели реальной ситуации (без ошибок его выполнили лишь 48% всех учащихся и 23% допустили недочеты). Многие учащиеся не смогли провести требуемые рассуждения в общем виде и при выполнении этого задания выбирали конкретные объекты. Составление систем аксиом для реальных ситуаций и доказательство теорем на основе такой аксиоматики оказалось самым трудным для учащихся материалом (в анкете это отметили 83% опрашиваемых). Разработанный нами курс ставил своей целью не подробное изучение фактов геометрии Лобачевского, а лишь знакомство с ними. Несмотря на это, для 45% учащихся эти вопросы остались не совсем понятными. Однако материал по моделям неевклидовых геометрий, по их связи с другими науками и значению в познании окружающего мира был отмечен учащимися в анкете как легкий и интересный.

Для проверки эффективности внедрения учебно-методического комплекса в экспериментальной и контрольной группах сравнивались умения проводить логические рассуждения и доказывать утверждения на основе данных предположений; строить мо-

дели с определенными свойствами и математические модели для реальных ситуаций. Средний балл за проверочную работу составил 23,19 в классах, где был проведен курс по изучению аксиоматического метода, и 15,86, где такой курс не проводился при максимальном значении 33 балла.

Сравнение результатов проверочной работы в экспериментальной и контрольной группах показало, что учащиеся, посетившие занятия по основам аксиоматики, испытывают меньше трудностей при проведении доказательств и строго-логических рассуждений, что не только способствует повышению эффективности обучения школьным предметам, но и носит воспитательный характер. Эти умения окажутся незаменимым и в дальнейшем, когда придется отстаивать свою точку зрения, убеждать других в своей правоте. Разработанный курс по изучению аксиоматического метода способствует развитию мышления учащихся, их познавательных способностей и творческих умений. Об этом свидетельствуют результаты проверочной работы. Учащиеся экспериментальной группы лучше справились с построением моделей, с применением аксиоматики к реальным ситуациям. Статистическая обработка полученных данных с помощью критерия Вилкоксона-Манна-Уитни также подтвердила различие в проверяемых умениях и навыках у учащихся контрольной и экспериментальной групп.

Содержание предложенного нами курса не только способствует получению новых знаний учащимися, но, что более важно, повышает их культурный уровень, обогащает историческими сведениями, способствует формированию мировоззрения и правильному восприятию окружающей действительности. Вряд ли кто из учащихся, ознакомившихся с предлагаемым курсом, будет считать аксиомы незбылемыми догмами, которые придумали ученые, а геометрию Евклида - единственно возможной геометрической теорией, описывающей реальное пространство.

В ходе проведенного исследования были решены все поставленные задачи. Основные результаты работы приведены в **заключении** диссертации:

1. Теоретический анализ психолого-педагогической, математической и методической литературы по проблеме показал, что аксиоматический метод является культурным наследием человечества, сложившимся в ходе его общественного развития,

и имеет огромное значение не только в геометрии, где его использование традиционно, но и в других науках, а также в познании окружающей действительности.

2. В результате теоретико-экспериментального анализа программ по математике средней школы, учебников геометрии и состояния проблемы использования аксиоматического метода в школьном курсе было выяснено следующее:

- в различных учебниках геометрии, действующих в отечественной школе в настоящее время, аксиоматика применяется в разных объемах;
- рассмотрение вопросов, связанных с аксиоматическим методом, в школьном курсе геометрии предусмотрено стандартом среднего математического образования и программой;
- учителя испытывают трудности в изучении этого материала, обусловленные отсутствием доступного и интересного курса по изучению основ аксиоматики в средней школе.

Это позволило выявить направления и определить вопросы построения такого курса, который бы не только давал учащимся определенные геометрические знания, но и способствовал формированию мировоззрения, развитию мышления, познавательной самостоятельности, повышению творческой активности и интереса к математике на основе изучения аксиоматического материала.

3. Разработан учебно-методический комплекс по изучению аксиоматического метода в средней школе, включающий в себя программу, учебные пособия для учащихся, методические рекомендации для учителей, дидактические материалы.
4. Эксперимент показал, что разработанный учебно-методический комплекс может быть основой для проведения уроков по изучению аксиоматического метода с учетом действующей программы углубленного изучения математики (геометрия 9 класс), а также может применяться для проведения внеклассных занятий по математике. Результаты педагогического эксперимента свидетельствуют об эффективности разработанной методики изучения аксиоматического метода в школьном курсе геометрии.

В приложении диссертации приведены содержание проведенных анкет для учителей и учащихся и тексты двух контрольных работ с решениями.